



Programmes utilisant la méthode des éléments finis pour le calcul des écoulements hydrodynamiques souterrains en milieu saturé

Philippe Launay

► To cite this version:

Philippe Launay. Programmes utilisant la méthode des éléments finis pour le calcul des écoulements hydrodynamiques souterrains en milieu saturé. Sciences de l'environnement. Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne; Institut National Polytechnique de Lorraine - INPL; Ecole Nationale Supérieure de Géologie - ENSG, 1981. Français. <tel-00849996>

HAL Id: tel-00849996

<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00849996>

Submitted on 2 Aug 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

année : 1981

MINISTERE DE L'INDUSTRIE

INSTITUT NATIONAL
POLYTECHNIQUE DE LORRAINE

Ecole Nationale Supérieure
des Mines de Saint-Etienne

Ecole Nationale Supérieure de
Géologie Appliquée et de Prospection
Minière de Nancy

THÈSE

présentée devant l'Institut National Polytechnique de Lorraine
pour obtenir le diplôme de Docteur Ingénieur
Spécialité : Génie Géologique et Minier - Option Hydrogéologie

par

Philippe LAUNAY

PROGRAMMES UTILISANT LA METHODE DES ELEMENTS FINIS POUR LE CALCUL DESECOULEMENTS HYDRODYNAMIQUES SOUTERRAINS EN MILIEU SATURE

Présentation de la bibliothèque ELFI

Exemples d'utilisation en milieu poreux (exploitation des gravières)
et fissuré (exploitation des mines)

soutenue le 28 octobre 1981 devant la commission d'examen

MM. R.	HOUPERT	Président
J.	BONNET	} Examineurs
Ph.	DAVOINE	
L.	DEMASSIEUX	
C.	DROGUE	
J. L.	MALLET	

année : 1981

MINISTERE DE L'INDUSTRIE

INSTITUT NATIONAL
POLYTECHNIQUE DE LORRAINEEcole Nationale Supérieure
des Mines de Saint-EtienneEcole Nationale Supérieure de
Géologie Appliquée et de Prospection
Minière de Nancy

THÈSE

présentée devant l'Institut National Polytechnique de Lorraine
pour obtenir le diplôme de Docteur Ingénieur
Spécialité : Génie Géologique et Minier - Option Hydrogéologie

par

Philippe LAUNAY

PROGRAMMES UTILISANT LA METHODE DES ELEMENTS FINIS POUR LE CALCUL DESECOULEMENTS HYDRODYNAMIQUES SOUTERRAINS EN MILIEU SATURE

Présentation de la bibliothèque ELFI

Exemples d'utilisation en milieu poreux (exploitation des gravières)
et fissuré (exploitation des mines)

soutenue le 28 octobre 1981 devant la commission d'examen

MM. R.	HOUPT	Président
J.	BONNET	
Ph.	DAVOINE	
L.	DEMASSIEUX	Examineurs
C.	DROGUE	
J. L.	MALLET	



* AVANT-PROPOS *

Je remercie ici,

Monsieur René HOUPERT, directeur du Centre de Géomécanique de l'Ecole Nationale Supérieure de Géologie Appliquée et de Prospection Minière de NANCY, professeur à l'Institut National Polytechnique de LORRAINE, qui a bien voulu accepter de présider le jury ;

Monsieur Albert MATHON, maître de recherche, directeur du Département Entreprise et Travaux de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de SAINT-ETIENNE qui m'a offert de travailler dans son équipe ;

Monsieur Laurent DEMASSIEUX, maître assistant en hydrogéologie à l'Institut National Polytechnique de Lorraine et Monsieur Jean-Laurent MALLET, maître de recherche au Centre de Recherches Pétrographiques et Géochimiques à NANCY pour leurs travaux et leurs conseils sans lesquels ce travail n'aurait pas abouti ;

Monsieur Claude DROGUE, professeur en hydrogéologie à l'Université de MONTPELLIER et Monsieur Jacques BONNET, ingénieur principal au Service Géologique des Houillères du Bassin de LORRAINE qui ont bien voulu accepter de faire partie du jury ;

L'équipe du Centre de Calcul de l'Ecole des Mines de SAINT-ETIENNE pour son assistance dans la mise au point de la partie informatique de ce travail ;

Monsieur Roger BROSSARD, Mademoiselle Bernadette ZOLD, Messieurs André LOUBET, Fleury VELAY et Louis DARLES qui ont travaillé à la composition et à l'impression de ce document ;

Monsieur Jean-Lucien RASCLE, docteur-ingénieur en informatique et automatique appliquée aux systèmes industriels et de gestion qui a mis à notre disposition les programmes de cartographie automatique adaptés à la présentation de nos résultats.

et particulièrement Monsieur Philippe DAVOINE, maître de recherche, professeur d'hydrogéologie à l'Ecole des Mines de SAINT-ETIENNE qui m'a soutenu et conseillé tout au long de ce travail.

```
*****  
*  
* RESUME *  
*  
*****
```

Ce mémoire présente une bibliothèque de programmes (bibliothèque ELFI) permettant de résoudre l'équation de la diffusion qui régit les écoulements hydrodynamiques souterrains dans un milieu poreux et saturé.

L'intérêt fondamental de cette bibliothèque repose sur l'utilisation de la méthode des éléments finis pour résoudre cette équation dans un domaine bidimensionnel ou tridimensionnel (en particulier, définition de maillages irréguliers).

Le champ d'application de cette bibliothèque est donc aussi vaste que le domaine de validité de l'équation précédente.

La première partie, essentiellement technique, est une description de chacun des éléments de cette bibliothèque. Ecrits en langage FORTRAN IV, ses programmes traitent les aspects suivants :

- Introduction et modification des données ;
- Calcul des caractéristiques des écoulements (charges, vitesses, débits) ;
- Dessin automatique des maillages utilisés et des courbes d'isovaleurs des variables définies aux noeuds de ces maillages.

La seconde partie présente deux exemples d'utilisation de la bibliothèque ELFI.

Le premier, en milieu poreux, se rapporte à l'influence de l'exploitation de gravières sur l'écoulement des eaux souterraines dans le cas d'une nappe alluviale.

Le second, en milieu faillé, concerne le problème des venues d'eau dans une exploitation minière.

Outre la représentation de systèmes hydrogéologiques réels, cette bibliothèque permet la constitution de modèles correspondant à des configurations types (série d'abaques) fréquemment rencontrées par l'hydrogéologue et faisant intervenir, en particulier, des écoulements tridimensionnels.

Un document complémentaire de ce mémoire réunit la description détaillée des fichiers et des ordres d'appel nécessaires à l'utilisation de cette bibliothèque. Ce document doit bien entendu être adapté à chaque configuration informatique.

* SOMMAIRE *

	<u>Pages</u>
Avant-propos	1
Résumé	3
Sommaire	5
Liste des figures	11
<u>Première partie :</u>	
Programmes de calcul des écoulements hydrodynamiques souterrains utilisant la méthode des éléments finis. Pré- sentation de la bibliothèque ELFI.	14
<u>Chapitre I - Généralités</u>	15
I.1 - Introduction	15
I.2 - Sommaire des programmes et des sous-pro- grammes présentés	17
I.2.1 - Calculs effectués par les diffé- rents programmes et sous-programmes.	17
I.2.2 - Arguments des sous-programmes pré- sentés.	23
<u>Chapitre II - Calcul de la répartition des potentiels et des vitesses hydrodynamiques dans un domaine bidi- mensionnel ou tridimensionnel en utilisant la méthode des éléments finis.</u>	26

	<u>Pages</u>
Sous-programmes PBDIR2 et PBDIR3	26
II.1 - Présentation du sous-programme PBDIR2	26
II.1.1 - Position du problème	26
II.1.2 - Appel du sous-programme	26
II.1.3 - Paramètres d'entrée	27
II.1.4 - Paramètres de sortie	33
II.1.5 - Tableau récapitulatif des options du sous-programme PBDIR2	36
II.2 - Présentation du sous-programme PBDIR3	38
II.2.1 - Position du problème	38
II.2.2 - Appel du sous-programme	38
II.2.3 - Paramètres d'entrée	38
II.2.4 - Paramètres de sortie	44
II.2.5 - Possibilité d'une double discrétisation d'une maille à huit sommets en cinq té- traèdres.	45
II.2.6 - Tableau récapitulatif des options du sous-programme PBDIR3.	48
 <u>Chapitre III</u> - Sous-programme de recherche de la surface libre de l'écoulement dans un domaine plan vertical (mo- dification du maillage).	
Sous-programmes MODIF2 et MODIF3	50
III.1 - Présentation générale des sous-programmes MODIF2 et MODIF3	50
III.1.1 - Position du problème	50
III.1.2 - Options choisies dans les sous-programmes MODIF2 et MODIF3	50
III.2 - Présentation du sous-programme MODIF2	53
III.2.1 - Appel du sous-programme	53
III.2.2 - Arguments d'appel	53
III.3 - Présentation du sous-programme MODIF3	53
III.3.1 - Appel du sous-programme	53
III.3.2 - Arguments d'appel	53

Chapitre IV - Appel des sous-programmes de calcul et de modification du maillage pour des modèles de nappe libre, captive ou mixte, où figurent des conditions de surface libre.

Sous-programmes SLIB2 et SLIB3	
Programmes NAPLI2 et NAPLI3	55
IV.1 - Présentation des sous-programmes SLIB2 et SLIB3	55
IV.1.1 - Position du problème	55
IV.1.2 - Appel des sous-programmes	55
IV.2 - Présentation générale des programmes NAPLI2 et NAPLI3	58
IV.2.1 - Algorithme des programmes NAPLI2 et NAPLI3 (organigramme simplifié)	58
IV.2.2 - Fichiers utilisés.	60

Chapitre V - Modèles bidimensionnels plans. Programmes de calcul dans le cas d'une nappe libre, mixte ou captive.

Programmes APPEL2, TRANS2 et HOLIB2	62
V.1 - Présentation des programmes APPEL2 et TRANS2	62
V.1.1 - Présentation générale	62
V.1.2 - Particularités du programme APPEL2	63
V.1.3 - Particularités du programme TRANS2	64
V.2 - Présentation du programme HOLIB2	65

CHAPITRE VI - Programmes d'introduction et de modification des données.

Programmes INTRO2, INTRA2, INTRO3, INTRA3 TRATUM, HDMINØ et RTMINØ	66
VI.1 - Programmes s'exécutant de façon interactive sur un terminal écran	66
VI.1.1 - Introduction des données en vue de la mise au point d'un modèle bidimension-	

	<u>Pages</u>
nel en coupe.	
Programmes INTRO2 et INTRA2	66
VI.1.2 - Introduction des données en vue de la mise au point d'un modèle bidimension- nel plan pour un maillage irrégulier.	
Programme TRATUM	69
VI.1.3 - Introduction des données en vue de la mise au point d'un modèle tridimension- nel	
Programmes INTRO3 et INTRA3	70
VI.2 - Programmes d'introduction et de vérification des données, non interactifs.	
Programmes HDMINØ et RTMINØ	71
VI.2.1 - Schéma du maillage utilisé	71
VI.2.2 - Introduction des données en régime per- manent	
Programme HDMINØ	74
VI.2.3 - Introduction des données en régime tran- sitoire.	
Programme RTMINØ	76
<u>Chapitre VII</u> - Programmes et sous-programmes de dessin au- tomatique.	
Programmes CARTE, POT1, MAILLE, MAILLX, MAILTX, MAILLY, MAILTY, MAILLZ et MAILTZ. Sous-programme TRACE.	80
VII.1 - Programmes d'édition sur l'imprimante d'une carte en courbes de niveau pour une fonction $\phi(x,y)$ dé- finie aux noeuds d'un réseau régulier à maille carrée.	
Programmes CARTE et POT1. Sous-programme TRACE.	80
VII.1.1 - Sous-programme TRACE	80
VII.1.2 - Programme CARTE	81
VII.1.3 - Programme POT1	81

	<u>Pages</u>
VII.2 - Programmes de représentation sur table traçante des maillages utilisés.	82
VII.2.1 - Maillages bidimensionnels - Programme MAILLE.	82
VII.2.2 - Maillages tridimensionnels. Programmes MAILLX, MAILTX, MAILLY, MAILTY, MAILLZ et MAILTZ.	82
<u>Deuxième partie :</u>	
Exemples d'applications de la bibliothèque ELFI : milieu poreux et milieu faillé.	83
<u>Introduction générale</u>	84
- Milieu poreux : influence de l'exploitation des gravières sur l'écoulement des eaux souterraines, cas de la nappe al- luviale de BONSON (LOIRE).	
<u>Chapitre I - Contexte général</u>	85
I.1 - Situation géographique	85
I.2 - Cadre géologique et hydrogéologique	87
I.2.1 - Description géologique de la plaine du FOREZ	87
I.2.2 - Les terrasses de la LOIRE	88
<u>Chapitre II - Le phénomène gravière</u>	90
II.1 - Modification des profils d'équilibre hydrodynamique des nappes aquifères.	90
II.2 - Accroissement de la vulnérabilité des nappes aqui- fères.	91
II.3 - Stockage des eaux.	92
II.4 - Autoévolution biochimique	92
II.5 - Colmatage	93
II.6 - Apport des modèles hydrodynamiques de la bibliothè- que ELFI.	93

	<u>Pages</u>
<u>Chapitre III</u> - Etude par modèle hydrodynamique de la nappe alluviale de BONSON (influence de l'exploitation des gravières).	95
III.1 - Historique sommaire des études et des travaux de reconnaissance.	95
III.2 - Simulations effectuées	98
III.2.1 - Analyse des données	98
III.2.2 - Calage du modèle en régime permanent	101
III.2.3 - Utilisations du modèle.	102
- Milieu faillé :	
<u>Chapitre IV</u> - Relation entre les venues d'eau dans une exploitation minière et la piézométrie de la nappe sus-jacente.	116
<u>Conclusions générales.</u>	119
<u>Annexes :</u>	
1. Potentiel ou charge hydraulique et ses composantes.	122
2. Application de la méthode des éléments finis à un domaine bidimensionnel ou tridimensionnel.	125
3. Remarque sur le stockage sur ordinateur des matrices de systèmes linéaires obtenus à partir de maillages à deux ou trois dimensions.	130
4. Affectation de la valeur des paramètres hydrodynamiques à l'intérieur des éléments finis bi ou tridimensionnels.	133
<u>Références bibliographiques</u>	134

* LISTE DES FIGURES *

	<u>Pages</u>
<u>Première partie</u>	
Fig. 1 - Discrétisation du domaine \mathcal{D} bidimensionnel et numérotation des noeuds.	28
Fig. 2 - Ensemble des mailles entourant un point quelconque du maillage.	29
Fig. 3 - Représentation graphique du tenseur des transmissivités dans le repère de calcul (deux dimensions).	30
Fig. 4 - Discrétisation du domaine \mathcal{D} en éléments ω_i .	39
Fig. 5 - Discrétisation d'un élément ω_i en cinq té- traèdres.	40
Fig. 6 - Représentation graphique du tenseur des con- ductivités dans le repère de calcul (trois di- mensions).	41
Fig. 7 - Décompositions possibles d'un élément à huit sommets en cinq tétraèdres.	46
Fig. 8 - Redistribution des conditions de débit (mo- dification du maillage).	52
Fig. 9 - Organigramme des programmes NAPLI2 et NAPLI3.	59
Fig. 10 - Maillage bidimensionnel plan à maille carrée régulière.	73

<u>Deuxième partie</u>	<u>Pages</u>
Fig. 11 - Les limagnes. Situation de la plaine du FOREZ (d'après P. DUCLOS, 1967).	86
Fig. 12 - Carte géologique du Sud de la plaine du FOREZ.	89
Fig. 13 - Modèle de la nappe alluviale de BONSON : Im- plantation du maillage (d'après document Di- rection Départementale de l'Équipement LOIRE).	96
Fig. 14 - Modèle de la nappe alluviale de BONSON : Ré- partition des perméabilités.	103-104
Fig. 15 - Modèle de la nappe alluviale de BONSON : sur- face piézométrique (calage), dessin sur table traçante.	105
Fig. 16 - Modèle de la nappe alluviale de BONSON : sur- face piézométrique (calage), dessin sur im- primante.	106
Fig. 17 - Modèle de la nappe alluviale de BONSON : bloc diagramme d'après la piézométrie à l'étiage (calage).	107
Fig. 18 - Modèle de la nappe alluviale de BONSON : sur- face piézométrique après l'exploitation des gravières.	109
Fig. 19 - Modèle de la nappe alluviale de BONSON. Sur- face piézométrique lors de la simulation d'une crue.	111
Fig. 20 - Modèle de la nappe alluviale de BONSON : Cons- titution du maillage tridimensionnel.	113
Fig. 21 - Modèle en coupe d'une exploitation minière soumise à des venues d'eau.	118

Annexe 1

Fig. A1 - Définition des références, notations et termino- logie usuelles pour les potentiels en aquifère.	124
---	-----

Pages

Annexe 2

Fig. A2 - Idéalisation par un élément fini. 125

Annexe 3

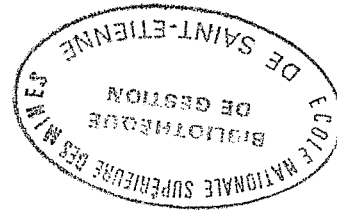
Fig. A3 - Structure des matrices des systèmes linéaires obtenus (maillages bi ou tridimensionnels). 132

*
* PREMIERE PARTIE *
*

PROGRAMMES DE CALCUL DES ECOULEMENTS
HYDRODYNAMIQUES SOUTERRAINS UTILISANT LA
METHODE DES ELEMENTS FINIS :

PRESENTATION DE LA BIBLIOTHEQUE ELFI

** CHAPITRE I **
** GENERALITES **



I.1 - INTRODUCTION

La bibliothèque ELFI contient un ensemble de programmes destiné à résoudre le problème suivant relatif aux écoulements hydrodynamiques souterrains : Calcul de la répartition du potentiel ϕ et des vitesses hydrodynamiques dans un milieu poreux saturé dont le modèle conceptuel est décrit par une équation de la forme :

$$\text{div} (\overline{K} \cdot \text{grad } \phi) = - A \frac{\partial \phi}{\partial t} + Q \quad (\text{Voir annexe 1})$$

Ceci dans un domaine bidimensionnel ou tridimensionnel, discrétisé en éléments finis selon les noeuds d'un maillage homéomorphe d'un maillage régulier à maille carrée ou cubique selon la dimension de l'espace.

Deux aspects ont été abordés :

- Introduction et modification des données avec dessin automatique des maillages introduits ;
- Calcul des écoulements par application de la méthode des éléments finis.

Cette bibliothèque a été conçue et réalisée dans le même esprit que la bibliothèque CARTOLAB, (ensemble de sous-programmes de cartographie automatique destinée à l'étude de fonctions de deux variables) dont l'auteur, J. L. MALLET (1976) a écrit le premier élément de la bibliothèque ELFI.

Cette nouvelle bibliothèque bénéficie ainsi de certaines qualités de la bibliothèque CARTOLAB. En particulier, elle est compatible avec l'ensemble de ses sous-programmes de cartographie qui facilitent et valorisent l'exploitation des programmes de calcul en hydrogéologie.

Les remarques concernant la conception et l'utilisation des programmes de la bibliothèque ELFI seront pratiquement les mêmes que celles relatives aux programmes de la bibliothèque CARTOLAB :

Il ne s'agit pas d'un outil susceptible de tout faire à la demande sans que l'on s'intéresse à la nature de ce produit.

En effet, il n'était pas possible, dans une première version de ces programmes, d'optimiser chaque tâche élémentaire, tant sur le plan des algorithmes que sur le plan de la programmation. Aussi, valait-il mieux décomposer cet outil en éléments indépendants, nombreux, susceptibles d'être améliorés.

Ensuite, la variété des situations que l'on rencontre en hydrogéologie est telle qu'il fallait disposer d'un outil souple pouvant s'adapter à chaque type de problème tout en conservant "une grande homogénéité d'ensemble grâce à la compatibilité et l'aspect modulaire des unités".

Cette bibliothèque se compose d'un ensemble de programmes et de sous-programmes SUBROUTINE écrits en langage FORTRAN IV et utilisables sur la plupart des matériels existants actuellement. La présentation de ce travail ne nécessite qu'une connaissance élémentaire du FORTRAN.

Chaque sous-programme remplit une fonction élémentaire la plus générale possible. La combinaison de ces fonctions, permettant de résoudre le problème posé, résulte de la recherche d'un équilibre entre la souplesse et la facilité d'emploi sans que le résultat proposé soit absolu.

Toutefois, l'exploitation optimale de cette bibliothèque ne peut être atteinte sans que les trois conditions suivantes soient remplies de la part de l'utilisateur :

- Avoir une bonne connaissance naturaliste du problème posé ;
- Avoir une bonne connaissance théorique et pratique des méthodes utilisées afin d'employer un outil adapté au problème posé ;
- Avoir une expérience pratique suffisante de l'utilisation des sous-programmes de la bibliothèque afin de pouvoir disposer de nouvelles possibilités de calcul en adaptant soit de nouvelles combinaisons de ces sous-programmes, soit certaines options de ces mêmes sous-programmes.

I.2 - SOMMAIRE DES PROGRAMMES ET DES SOUS-PROGRAMMES PRESENTES

I.2.1 - Calculs effectués par les différents programmes et sous-programmes

a. Sous-programmes de calcul utilisant la méthode des éléments finis (CHAPITRE II).

PBDIR2 : page 26

Ce sous-programme calcule la répartition des potentiels et des vitesses hydrodynamiques dans un domaine \mathcal{D} bidimensionnel, discrétisé en éléments finis selon les noeuds d'un maillage où sont fixées les valeurs des transmissivités, les conditions aux limites (potentiel, débit), et, éventuellement les coefficients d'emménagement et les conditions initiales (calcul en régime transitoire).

PBDIR3 : page 38

Ce sous-programme effectue le même calcul que PBDIR2 mais sur un domaine \mathcal{D} tridimensionnel où en tout point du maillage sont définies les valeurs des perméabilités, des autres paramètres hydrodynamiques et les conditions aux limites ou conditions initiales éventuelles.

b. Sous-programmes de recherche de la surface libre dans un domaine plan vertical (écoulements bidimensionnels ou tridimensionnels en milieu saturé) (CHAPITRE III)

MODIF2 : page 50

Ce sous-programme permet, dans le cas d'un modèle bidimensionnel en coupe de nappe libre, captive ou mixte, d'ajuster la limite supérieure du domaine proposé à l'écoulement à la surface supérieure de la nappe en réorganisant la distribution des paramètres hydrodynamiques (transmissivités, coefficients d'emmagasinement, et conditions aux limites).

MODIF3 : page 50

Ce sous-programme remplit la même fonction que MODIF2 mais dans le cas d'un domaine tridimensionnel.

A noter :

Ces deux sous-programmes effectuent les modifications des caractéristiques du maillage colonne par colonne (il faut entendre par colonne : une ligne de noeuds du maillage, orientée selon la direction où les altitudes des noeuds croissent rapidement relativement aux deux autres directions généralement subhorizontales (une seule direction dans le cas bidimensionnel)).

c. Combinaison de l'appel des deux types précédents de sous-programmes pour des modèles de nappe où figurent des conditions de surface libre (modèles à deux ou trois dimensions) (CHAPITRE IV)

SLIB2 : page 54

Ce sous-programme gère les appels des sous-programmes PBDIR2 et MODIF2 en fonction de la précision demandée sur l'écart entre la position de la surface supérieure du domaine \mathcal{D} bidimensionnel (sur lequel calcule PBDIR2), et la position de la surface supérieure de la nappe en sortie de ce calcul. Ce sous-programme est valable en régime permanent ou transitoire.

SLIB3 : page 54

Ce sous-programme joue le même rôle que SLIB2 mais pour un problème tridimensionnel.

NAPLI2 : page 58

Programme de lecture des données sur fichier, d'appel du sous-programme de calcul SLIB2, et d'écriture des résultats sur fichier et sur imprimante. C'est le programme de résolution des problèmes d'écoulements à condition de surface libre dans un domaine bidimensionnel vertical.

NAPLI3 : page 58

Ce programme est identique au programme précédent mais pour un problème tridimensionnel.

C'est donc le programme de résolution des problèmes d'écoulements à condition de surface libre dans un domaine tridimensionnel.

d. Modèles bidimensionnels plans : programmes de calcul dans le cas d'une nappe libre, captive ou mixte définie sur un maillage bidimensionnel horizontal (CHAPITRE V).

APPEL2 : page 62

Ce programme calcule la répartition des potentiels hydrodynamiques, en régime permanent, pour une nappe libre, captive ou mixte, définie sur un domaine \mathcal{D} bidimensionnel horizontal, hétérogène et isotrope, représenté par un maillage régulier à maille carrée. Il fait appel au sous-programme PBDIR2. Il lit les données sur un premier fichier, et écrit les valeurs des potentiels calculés sur un second fichier.

TRANS2 : page 62

Ce programme est analogue au programme APPEL2 pour un problème en régime transitoire.

HOLIB2 : page 64

Ce programme calcule la répartition des potentiels hydrodynamiques, en régime permanent ou transitoire pour une nappe libre, mixte ou captive, définie sur un domaine \mathcal{D} bidimensionnel horizontal, pouvant être hétérogène et anisotrope, représenté par un maillage homéomorphe d'un maillage régulier à maille carrée. Il utilise un premier fichier de données analogue à celui utilisé lors de l'appel du programme NAPLI2, un

second fichier contenant la répartition des cotes du substratum imperméable aux noeuds du maillage et, le cas échéant, les épaisseurs maxima de la nappe.

e. Programmes d'introduction et de modification des données
(CHAPITRE VI)

Les programmes suivants (jusqu'à l'indication précisant le contraire) travaillent de façon interactive avec un terminal écran connecté à l'ordinateur.

INTRO2 : page 66

Ce programme permet de rentrer ou de modifier les caractéristiques des points du maillage décrivant le domaine bidimensionnel \mathcal{D} proposé à l'écoulement en vue de l'appel des programmes de calcul NAPLI2 ou HOLIB2 pour une simulation en régime permanent. Ces caractéristiques sont conservées dans un fichier numéroté 1.

INTRA2 : page 66

Ce programme ne permet que des modifications des caractéristiques des points du maillage, contenues dans un fichier numéroté 2, en vue de l'appel des programmes de calcul NAPLI2 ou HOLIB2 pour des problèmes en régime transitoire.

INTRO3 : page 70

... est analogue au programme INTRO2 pour un domaine \mathcal{D} tridimensionnel.

INTRA3 : page 70

... est analogue au programme INTRA2 pour un domaine \mathcal{D} tridimensionnel.

TRATUM : page 69

Ce programme permet de rentrer ou de modifier les valeurs des cotes du substratum et, le cas échéant, celles des épaisseurs maxima de la

nappe pour un domaine \mathcal{D} bidimensionnel horizontal décrit par le fichier numéroté 1 introduit antérieurement par le programme INTR02, ceci en vue de l'utilisation du programme de calcul HOLIB2. Ces valeurs sont conservées dans un fichier numéroté 2.

Les deux programmes suivants ne fonctionnent pas de façon interactive avec un terminal.

HDMINØ : page 72

... introduit les données pour un domaine bidimensionnel plan horizontal représenté par un maillage régulier à maille carrée, ceci en vue de l'utilisation d'un modèle en régime permanent (programme APPEL2).

RTMINØ : page 72

... est analogue au programme HDMINØ en vue de l'utilisation d'un modèle en régime transitoire (programme TRANS2).

f. Programmes et sous-programmes de dessin automatique (CHAPITRE VII).

Les programmes de représentation graphique qui vont être présentés, et qui utilisent une table traçante, ont été écrits en FORTRAN IV. Ils intègrent dans leur programmation les appels à des sous-programmes fournis par le constructeur "Hewlett-Packard" du matériel employé lors de la mise au point de ces programmes.

TRACE : page 80

Ce sous-programme édite sur l'imprimante une carte en courbes de niveaux pour une fonction $\phi(x,y)$ définie aux noeuds d'un maillage régulier à maille carrée.

CARTE : page 81

Ce programme lit le fichier des valeurs des potentiels calculés aux noeuds d'un maillage régulier à mailles carrées, édite ces valeurs sur l'imprimante et fait appel au sous-programme TRACE.

POT1 : page 81

Lorsque la projection horizontale du maillage tridimensionnel utilisé lors de l'appel du programme NAPLI3 est un maillage régulier à maille carrée, le programme POT1 permet de construire (à partir du fichier de résultats obtenus à la suite de l'appel du programme NAPLI3) les fichiers contenant les valeurs des potentiels pour chaque "couche horizontale" de noeuds. Le choix du numéro d'ordre de la couche horizontale est fait de façon interactive sur un terminal écran. Les différents fichiers obtenus peuvent ensuite servir à la cartographie des potentiels.

Les sept programmes suivants ont été écrits par J.L. RASCLE (1981) pour répondre à la nécessité d'un outil graphique (table traçante): mise au point des programmes de calcul utilisant des maillages irréguliers (qui décrivent les éléments finis servant de base au calcul des écoulements) et vérification des données.

MAILLE : page 82

Le programme MAILLE dessine sur table traçante une représentation graphique dans un repère orthonormé de tout maillage bidimensionnel utilisable par les programmes de calcul NAPLI2 ou HOLIB2.

MAILLX, MAILLY et MAILLZ : page 82

Ces programmes permettent de choisir (de façon interactive sur un terminal écran) les numéros d'ordre des sous-maillages bidimensionnels que l'on obtient en projetant un maillage tridimensionnel (utilisable par le programme de calcul NAPLI3) selon les trois directions (\vec{OX} , \vec{OY} ou \vec{OZ}) servant à le définir.

MAILTX, MAILTY et MAILTZ : page 82

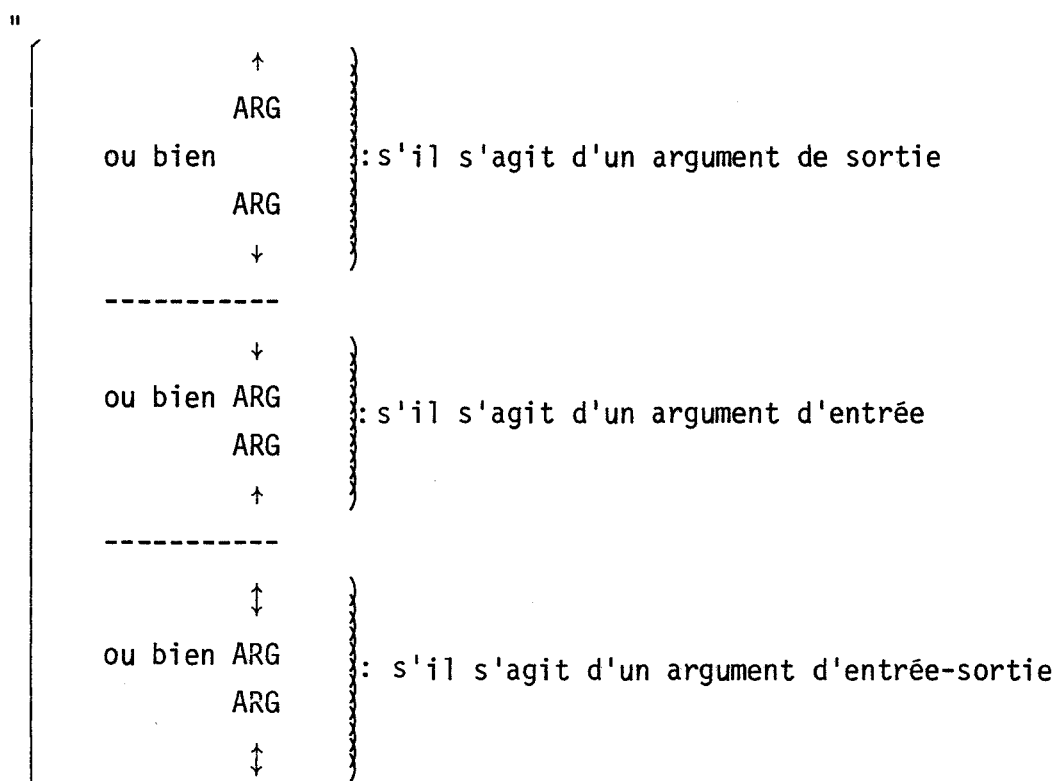
Ces programmes effectuent les dessins sur table traçante des maillages bidimensionnels extraits d'un maillage tridimensionnel selon les instructions introduites à l'aide des programmes MAILLX, MAILLY et MAILLZ.

De nombreux autres programmes de cartographie automatique ont été utilisés lors de la mise au point de la bibliothèque ELFI, mais leur intérêt est plus général que la résolution du problème hydrogéologique dont fait l'objet la présentation de ce travail. Aussi seront-ils décrits séparément par leur auteur dans un autre document (J.L. RASCLE, 1981).

I.2.2 - Arguments des sous-programmes présentés

a. Notation

Dans ce travail, afin de donner la liste des arguments d'entrées-sorties relatifs à chacun des sous-programmes présentés, les conventions suivantes, indiquant qu'un argument "ARG" est un argument d'entrée ou un argument de sortie, sont celles adoptées par J.L. MALLET (1976) dans le document de présentation de la bibliothèque CARTOLAB que je cite :



Pour indiquer le mode d'appel d'une "subroutine" SUB ayant ARGE pour argument d'entrée, ARGS pour argument de sortie et ARGES pour argument d'entrée-sortie, nous écrivons :

```

      ↓      ↑      ↑
|| CALL SUB(ARGE,ARGS,ARGES)

```

Dans le cas où certains arguments d'entrée ou de sortie (ARGE1, ARGS1, ...) sont transmis par le COMMON, nous noterons les appels correspondants sous la forme symbolique suivante :

```

      ↓      ↑
|| COMMON ARGE1,ARGS1

```

Enfin, lorsque des arguments sont inutilisés dans certaines options, nous leur affecterons une flèche entre parenthèses..."

b. Sous-programmes de calcul utilisant la méthode des éléments finis :

```

      ↓ ↓ ↓ (↑)      ↑      ↑ ↑ ↓ (↑)      ↓      ↑      ↑
|| CALL PBDIR2(M,N,OMEGA,PHI,V,Q,ISOT,DT,EPS,NITER,KSOL)

      ↓ ↓ ↓ ↓ (↑)      ↑      ↑ ↑ ↓ (↑)      ↓      ↑      ↑      ↑
|| CALL PBDIR3(L,M,N,OMEGA,PHI,V,Q,ISOT,DT,EPS,NITER,KSOL,RELAX)

```

c. Sous-programmes de recherche de la surface libre dans un domaine plan vertical :

```

      ↓ ↓      ↑      ↑      ↓      ↓
|| CALL MODIF2(M,N,OMEGA,PHI,ISOT,IP)

      ↓ ↓ ↓      ↑      ↑      ↓      ↓      ↓
|| CALL MODIF3(L,M,N,OMEGA,PHI,ISOT,IP,IQ)

```

d. Etude de nappes libres où figurent des problèmes en coupe

```

      ↓ ↓ ↓ (↑)      ↑      ↑ ↑ ↓ (↑)      ↓      ↑      ↑      ↑
|| CALL SLIB2(M,N,OMEGA,PHI,V,Q,ISOT,DT,EPS,NITER,KSOL)
|| COMMON /PAR/EPSI,MODMAX

      ↓ ↓ ↓ ↓ (↑)      ↑      ↑ ↑ ↓ (↑)      ↓      ↑      ↑      ↑
|| CALL SLIB3(L,M,N,OMEGA,PHI,V,Q,ISOT,DT,EPS,NITER,KSOL,RELAX)
|| COMMON /PAR/EPSI,MODMAX

```

e. Sous-programme de cartographie automatique

|| CALL TRACE([↓]PHI,[↓]NC,[↓]NL)

Les chapitres II à VII présentent les détails et les particularités d'emploi de chacun des programmes identifiés dans le chapitre I.

```
*****
**                                     **
**                               CHAPITRE II                               **
**                                     **
**   CALCUL DE LA REPARTITION DES POTENTIELS ET DES                     **
**   VITESSES HYDRODYNAMIQUES DANS UN DOMAINE                           **
**                                     **
**   BIDIMENSIONNEL OU TRIDIMENSIONNEL, EN UTILISANT                     **
**   LA METHODE DES ELEMENTS FINIS                                         **
**                                     **
*****
```

Sous-programmes PBDIR2 et PBDIR3

II.1 - PRESENTATION DU SOUS-PROGRAMME PBDIR2

II.1.1 - Position du problème

Soit $\phi(\vec{x})$ la fonction potentiel hydrodynamique (1), fonction continue de deux variables, définie sur un domaine \mathcal{D} discrétisé en éléments finis selon les noeuds d'un maillage homéomorphe d'un maillage régulier à maille carrée, défini par les valeurs des transmissivités, éventuellement du coefficient d'emménagement, en tout point du maillage, ainsi que par les conditions aux limites (potentiel, débit) et, éventuellement, les conditions initiales (calcul en régime transitoire). Le sous-programme PBDIR2 a été écrit par J.L. MALLET (1971) pour calculer, en régime permanent ou transitoire, pour chaque noeud du maillage, les valeurs de $\phi(\vec{x})$, de $v(\vec{x})$, vecteur vitesse hydrodynamique, et $Q(\vec{x})$, débit alimentant le domaine au noeud considéré.

II.1.2 - Appel du sous-programme

Le sous-programme PBDIR2 peut être appelé à l'aide de l'ordre FORTRAN suivant :

(1) Voir annexe 1.

$\downarrow \downarrow \downarrow (\uparrow) \uparrow \uparrow \downarrow (\uparrow) \downarrow \uparrow \uparrow$
 || CALL PBDIR2(M,N,OMEGA,PHI,V,Q,ISOT,DT,EPS,NITER,KSOL)

La signification des arguments figurant dans la liste d'appel sera donnée dans les paragraphes suivants.

II.1.3 - Paramètres d'entrée

a. Domaine \mathcal{D} et maillage utilisé. Paramètres M et N.

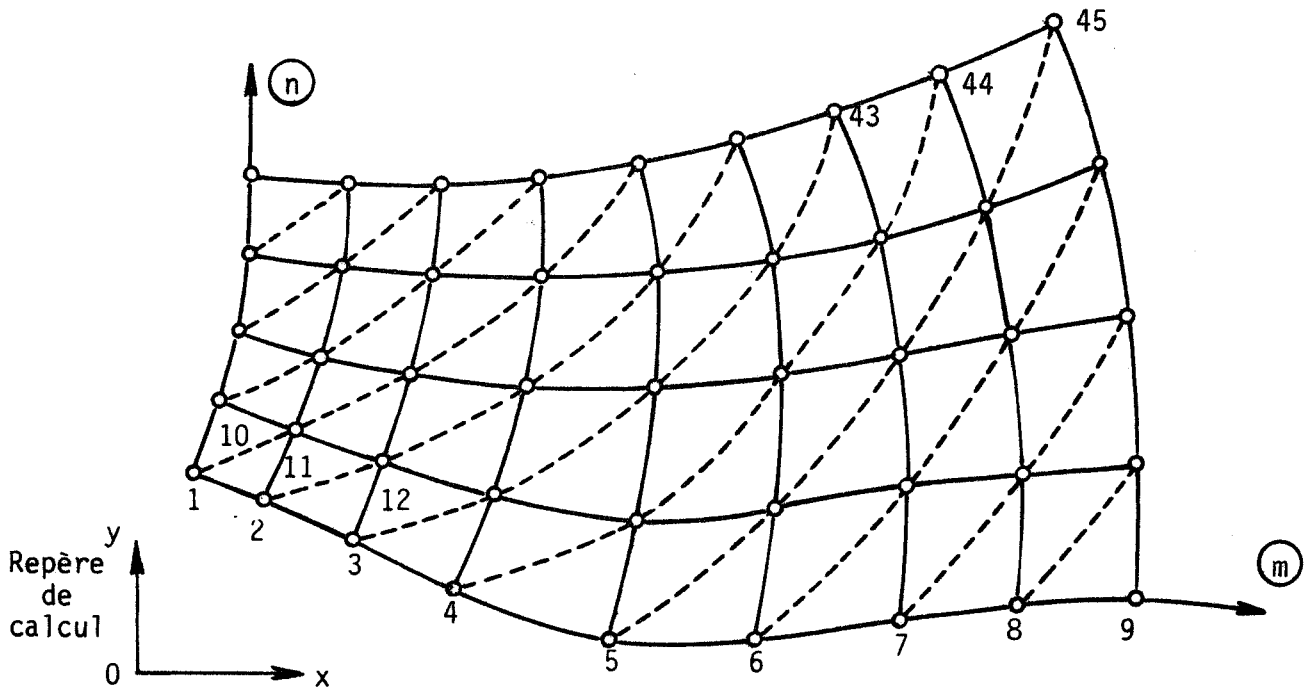
Soit un domaine tridimensionnel \mathcal{D} , repéré dans un système orthonormé direct \vec{Ox}, \vec{Oy} ; l'application de la méthode des éléments finis pour la résolution de l'équation aux dérivées partielles régissant les écoulements hydrodynamiques en milieu poreux nécessite la construction d'un maillage définissant un ensemble de quadrilatères qui seront ensuite divisés chacun en deux triangles représentant les éléments finis de la méthode de calcul.

Afin d'obtenir un algorithme intéressant du point de vue stockage sur ordinateur de la matrice du système linéaire obtenu, il convient d'utiliser un maillage particulier constitué de la façon suivante :

"Le maillage est homéomorphe d'un maillage régulier à maille carrée : c'est-à-dire que l'on peut passer du maillage utilisé à un maillage régulier à maille carrée inscrit dans un rectangle par une déformation continue."

De plus, la numérotation des noeuds sera effectuée comme l'indique l'exemple suivant (figure 1).

Figure 1 - Discrétisation du domaine \mathcal{D} bidimensionnel
et numérotation des noeuds



Les deux "directions" \vec{lm} et \vec{ln} sont prises dans le sens direct par rapport à \vec{ox} et \vec{oy} .

On posera :

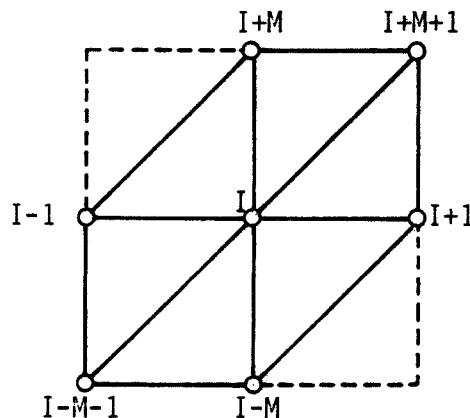
- $M =$ nombre de noeuds suivant l'axe \vec{lm} ; sur la figure 1, on aura par exemple $M = 9$.
- $N =$ nombre de noeuds suivant l'axe \vec{ln} ; sur la figure 1, on aura par exemple $N = 5$.

Ce maillage constitue une première discrétisation du domaine \mathcal{D} en $(M-1) \times (N-1)$ volumes élémentaires ω_i .

Chaque élément ω_i est à son tour discrétisé en deux triangles (figure 1), supposés suffisamment petits pour que l'on puisse considérer que dans chaque triangle (ou élément fini) le vecteur vitesse hydrodynamique soit constant.

L'ordre de numérotation facilite la recherche des éléments finis entourant un point I quelconque. Les sommets voisins du point I sont représentés sur la figure 2.

Figure 2 - Ensemble des mailles entourant un point
quelconque du maillage



De plus, dans le maillage utilisé, on ne doit jamais avoir deux points superposés. En effet, un triangle où deux sommets seraient superposés aurait une surface nulle, ce qui rendrait impossible le déroulement normal des calculs.

b. Tableau OMEGA

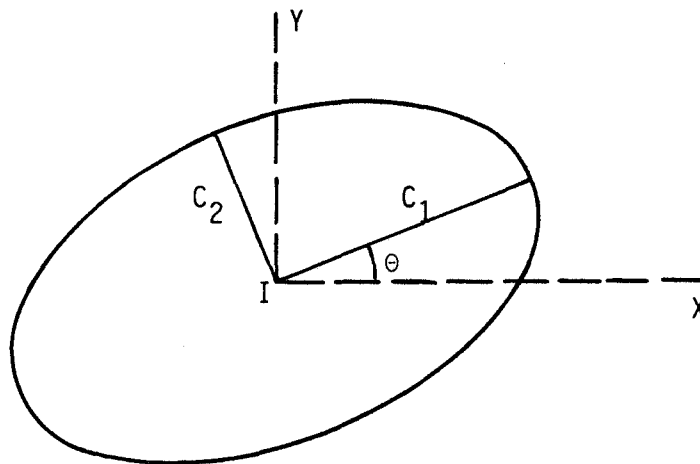
Ce tableau de variables réelles dont les dimensions sont 8 lignes et $M \times N$ colonnes contient les caractéristiques du maillage. Dans ce tableau la colonne I correspond au I^{ème} point du maillage :

- La ligne 1 contient l'abscisse du point, exprimée en mètres ;
- La ligne 2 contient son ordonnée, exprimée en mètres;
- La ligne 3 contient la transmissivité principale C_1 , exprimée en m/s ;

- La ligne 4 contient la transmissivité principale C_2 , exprimée en m/s ;
- La ligne 5 contient l'angle θ , exprimé en degrés, entre la direction principale correspondant à C_1 et l'axe de X ;

La figure 3 représente le tenseur des transmissivités au point I.

Figure 3 - Représentation graphique
du tenseur des transmissivités



- La ligne 6 contient le coefficient d'emmagasinement A, nombre sans dimension ;
- La ligne 7 contient le débit source exprimé en m^3/s alimentant le domaine au point considéré avec la convention suivante :
 - * OMEGA (7,I) est positif pour une injection dans le domaine \mathcal{D} au point I.
 - * OMEGA (7,I) est négatif pour un prélèvement.
- La ligne 8 contient +1. en colonne I si au Ième point est imposée une condition de potentiel fixé (condition aux limites de type Dirichlet), -1. sinon.

c. Tableau PHI

C'est un vecteur de longueur $M \times N$ et dont les composantes sont des nombres réels :

- Dans le cas d'un problème en régime permanent, si au $I^{\text{ème}}$ point est imposée une condition aux limites de type Dirichlet, la $I^{\text{ème}}$ composante du tableau PHI contient la valeur fixée du potentiel en ce point exprimée en mètres.

- Dans le cas d'un problème en régime transitoire, la composante I du vecteur PHI contient la valeur du potentiel au point I à la date T si on cherche le potentiel à la date $T + DT$.

d. ISOT

Ce paramètre à valeur entière est égal à :

- . - 1 dans le cas d'un domaine d'étude anisotrope et homogène ;
- . \emptyset dans le cas d'un domaine d'étude anisotrope et hétérogène ;
- . + 1 dans le cas d'un domaine d'étude isotrope et homogène ;
- . + 2 dans le cas d'un domaine d'étude isotrope et hétérogène.

Première remarque :

Si ISOT vaut :

- . - 1 il suffit de donner les valeurs C_1 , C_2 et θ pour le premier point du maillage lors de la construction du tableau OMEGA ;
- . + 1 il suffit de donner la valeur C_1 pour le premier point du maillage ;
- . + 2 il est inutile de donner des valeurs à C_2 et θ pour les lignes 4 et 5 du tableau OMEGA.

Deuxième remarque :

Dans le cas d'un domaine d'étude anisotrope, la construction du tenseur des transmissivités exprimé en chaque point dans le repère de calcul (\vec{OX}, \vec{OY}) à partir des composantes 3 à 5 du tableau OMEGA se traduit, lors de l'utilisation du sous-programme PBDIR2, par une mo-

 \emptyset signifie "zéro". La barre oblique permet de distinguer le chiffre de la lettre "O" majuscule au niveau de la programmation.

dification de la signification des trois composantes précédentes utilisées pour stocker les valeurs du tenseur de la façon suivante :

$$\begin{bmatrix} \text{OMEGA}(3,I) & \text{OMEGA}(5,I) \\ \text{OMEGA}(5,I) & \text{OMEGA}(4,I) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C11 & C12 \\ C21 & C22 \end{bmatrix}$$

(tenseur des transmissivités au point I exprimé dans le repère de calcul).

d'où la modification correspondante de la valeur du paramètre ISOT qui, en sortie de PBDIR2, vaut :

. + 3 dans le cas d'un domaine d'étude anisotrope et homogène (ISOT valait - 1 en entrée) ;

. + 4 dans le cas d'un domaine d'étude anisotrope et hétérogène (ISOT valait 0 en entrée).

Si on appelle le sous-programme PBDIR2 avec l'option ISOT égale 3 ou 4 celui-ci considérera que les composantes 3 à 5 du tableau OMEGA représentent les composantes du tenseur des transmissivités exprimées dans le repère de calcul et n'effectuera plus le changement de repère commandé par les options ISOT égale - 1 ou 0.

e. _DT

Cette variable réelle contient la valeur du pas de temps, exprimé en secondes, pour lequel le calcul s'effectue :

. Si DT est positif, le problème étudié est un régime transitoire et on cherche la valeur du potentiel à la date T + DT connaissant sa valeur à la date T ;

. Si DT est négatif (ou nul), le problème étudié est un régime permanent. Dans ce cas, il est inutile de donner des valeurs à la ligne 6 du tableau OMEGA (coefficient d'emmagasinement).

f. _Arguments_de_contrôle_des_itérations

L'application de la méthode des éléments finis conduit dans le sous-programme PBDIR2 à la construction d'un système linéaire

à résoudre (1). La méthode de résolution utilisée est une méthode itérative de type GAUSS-SEIDEL avec surrelaxation, d'où la définition des paramètres suivants :

. EPS : critère de convergence (variable réelle).

Lorsque d'une itération IT à l'itération IT + 1, le rapport des corrections effectuées sur le vecteur PHI à la valeur moyenne de ce vecteur à l'itération IT est inférieure à EPS, la solution PHI trouvée est suffisamment précise et les calculs s'arrêtent.

. NITER : nombre maximum d'itérations que l'on accepte de faire pour rechercher la solution PHI du système linéaire.

On prendra par exemple : NITER = 200 et EPS = 0.001

. RELAX : Ce paramètre ne figure pas dans la liste des arguments d'appel de PBDIR2. Il représente le coefficient de surrelaxation de la méthode de résolution du système linéaire et permet d'améliorer la vitesse de convergence de cette méthode. Sa valeur a été fixée à 1.85 dans le sous-programme PBDIR2, valeur optimale moyenne pour la plupart des systèmes obtenus.

II.1.4 - Paramètres de sortie

a. _NITER

Lorsque le critère de convergence EPS est satisfait, les calculs s'arrêtent et NITER contient alors le nombre d'itérations réalisées pour atteindre la précision demandée.

b. _EPS

Cette variable contient la précision effectivement atteinte à la fin des calculs.

c. _KSOL

Si par mégarde l'utilisateur a introduit des données telles qu'un élément fini construit par PBDIR2 ait une surface nulle (deux

(1) Voir annexe 2.

points superposés), KSOL prend alors la valeur 1 indiquant ainsi que la recherche d'une solution est impossible. Il en est de même pour une valeur de transmissivité négative. Si aucune erreur de ce type n'a été détecté KSOL vaut 0 : le calcul s'effectue normalement. Il est donc nécessaire de faire un test sur la valeur de KSOL à la sortie de PBDIR2.

d. _PHI

Le vecteur PHI contient la solution du système linéaire précédent, c'est-à-dire la répartition des potentiels à la date $T + DT$ (dans le cas d'une étude en régime transitoire) et à la date T (dans le cas d'une étude en régime permanent).

e) _V

Ce tableau de variables réelles, à 4 lignes et $M \times N$ colonnes, sert au stockage de la matrice du système linéaire en cours de calcul. Après résolution de ce dernier, son contenu est le suivant pour chaque point I :

. $V(1,I)$ contient la composante VX du vecteur diffusion, exprimée en m/s ;

. $V(2,I)$ contient la composante VY du vecteur diffusion, exprimée en m/s ;

. $V(3,I)$ contient la composante GX du vecteur, gradient de potentiel, nombre sans dimension ;

. $V(4,I)$ contient la composante GY du vecteur gradient de potentiel, nombre sans dimension.

Remarque :

Le vecteur diffusion désigne la vitesse macroscopique du fluide, c'est-à-dire le flux hydrodynamique par unité de surface, au travers d'une maille entourant un point du maillage, et non pas la vitesse réelle microscopique des particules fluides dans le terrain.

f) _Q

Ce vecteur de variables réelles et de longueur $M \times N$, contient les débits alimentant le domaine \mathcal{D} aux points I du maillage. Ses

composantes sont exprimées en m^3/s avec la même convention que pour $\text{OMEGA}(7,1)$, c'est-à-dire :

Q est positif pour une injection dans le domaine

Q est négatif pour un prélèvement.

<p><u>Légende</u></p> <p>Argument inutilisé</p> <p>↑↑↑ Entrée, sortie, entrée-sortie</p> <p>(↑) Sortie selon les options</p>	<p>CALL PBDIR2(M,N,OMEGA,PHI,V,Q,ISOT,DT,EPS,NITER,KSOL)</p> <p>Dimensions dans le programme principal</p> <p>OMEGA(8,MxN) PHI(MxN) V(4,MxN) Q(MxN)</p>											
	Arguments d'entrée suivant les options						Arguments d'entrée communs à toutes les options					Argument ISOT en sortie
Nature du domaine	ISOT	OMEGA (3,.)	OMEGA (4,.) OMEGA (5,.)	OMEGA (6,.)	DT	PHI(.)	OMEGA (1,.) OMEGA (2,.)	OMEGA (7,.)	OMEGA (8,.)	M,N	EPS NITER	ISOT
Anisotrope et homogène	- 1	C1 pour le 1er noeud	C2 et θ pour le 1er noeud	inutilisé en régime permanent, coefficient d'emmagasinement en régime transitoire	négatif ou nul en régime permanent pas de temps du régime transitoire	potentiel aux points de DIRICHLET en régime permanent. Piézométrie initiale en régime transitoire	Coordonnées des noeuds du maillage dans le repère orthonormé direct \vec{Ox}, \vec{Oy}	Conditions de NEUMANN : débit (algébrique) alimentant le domaine	+ 1., si condition de DIRICHLET - 1., sinon	Nombre de noeuds sur l'axe $\vec{Om}(M)$ et sur l'axe $\vec{On}(N)$	Précision souhaitée de la solution et nombre maximal d'itérations pour l'atteindre	3
Anisotrope et hétérogène	\emptyset	C1	C2 et θ									4
Isotrope et homogène	1	C1 pour le 1er noeud										1
Isotrope et hétérogène	2	C1										2
Anisotrope et homogène tenseur exprimé dans le repère de calcul	3	C11 pour le 1er noeud	C22 et C21 pour le 1er noeud									3
Anisotrope et hétérogène tenseur exprimé dans le repère de calcul	4	C11	C22 et C21									4

II.1.5 - Tableau récapitulatif des options du sous-programme PBDIR2

Arguments de sortie communs à toutes les options

EPS et NITER : Précision de la solution effectivement atteinte
et nombre d'itérations effectuées pour y parvenir

V(1,.) et V(2,.) : Composantes du vecteur vitesse de diffusion

V(3,.) et V(4,.) : Composantes du vecteur gradient de potentiel

Q(^.) : Débit source alimentant le domaine

PHI(.) : Potentiel aux noeuds du maillage (régime permanent
ou transitoire)

KSOL : Code indiquant si une solution a pu être calculée
KSOL = \emptyset , sinon KSOL = - 1.

II.2 - PRESENTATION DU SOUS-PROGRAMME PBDIR3

II.2.1 - Position du problème

Le sous-programme PBDIR3 remplit vis-à-vis d'un problème tridimensionnel les mêmes fonctions que le sous-programme PBDIR2 vis-à-vis d'un problème bidimensionnel. Il s'agit de calculer la répartition des fonctions $\phi(\vec{x})$ (potentiel hydrodynamique (1)), $v(\vec{x})$ (vecteur vitesse hydrodynamique) et $Q(\vec{x})$ (débit alimentant le domaine), en régime permanent ou transitoire pour un domaine \mathcal{D} tridimensionnel, discrétisé en éléments finis selon les noeuds d'un maillage homéomorphe d'un maillage régulier à maille cubique. Ce maillage est défini par les coordonnées des noeuds, les valeurs des perméabilités, éventuellement par le coefficient d'emmagasinement, en chaque point, par les conditions aux limites (potentiel, débit) et, éventuellement, les conditions initiales (calcul en régime transitoire).

II.2.2 - Appel du sous-programme

Le sous-programme PBDIR3 peut être appelé à l'aide de l'ordre FORTRAN suivant...

|| CALL PBDIR3 ($\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow (\uparrow) \uparrow \uparrow \uparrow (\uparrow) \downarrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \downarrow$)
(L,M,N,OMEGA,PHI,V,Q,ISOT,DT,EPS,NITER,KSOL,RELAX)

La signification des arguments figurant dans la liste d'appel sera donnée dans les paragraphes suivants.

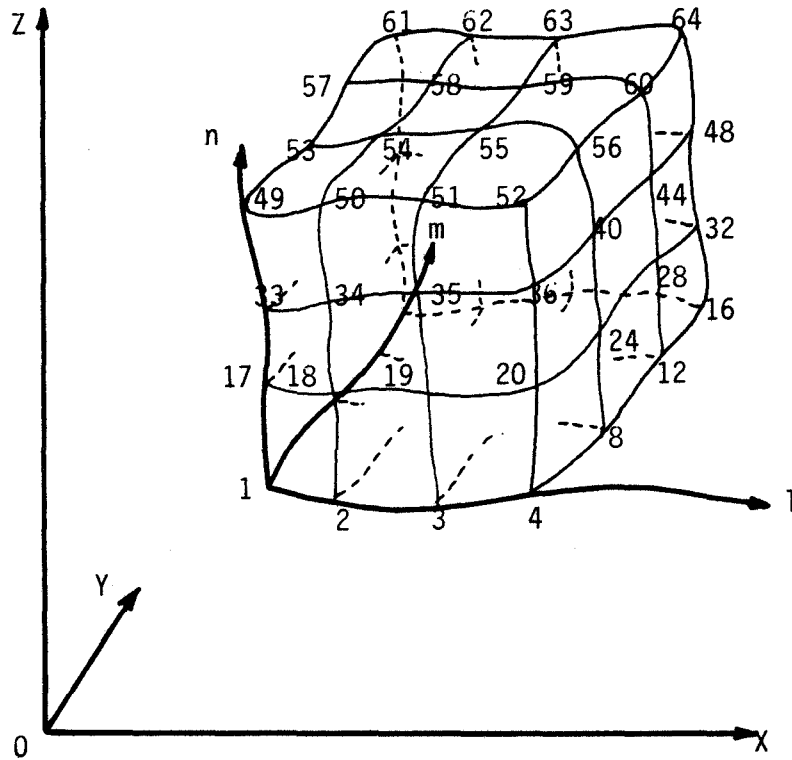
II.2.3 - Paramètres d'entrée

a. Domaine \mathcal{D} et maillage utilisé. Paramètres L, M et N

Soit un domaine \mathcal{D} tridimensionnel, repéré dans un système orthonormé direct $\vec{Ox}, \vec{Oy}, \vec{Oz}$ où \vec{Oz} est vertical. La construction d'un maillage (homéomorphe d'un maillage régulier à maille cubique) constitue la première discrétisation du domaine en éléments ω_i en vue de l'application de la méthode des éléments finis. Ce maillage est représenté sur la figure 4.

(1) Voir annexe 1.

Figure 4 - Discrétisation du domaine \mathcal{D} en éléments ω_i

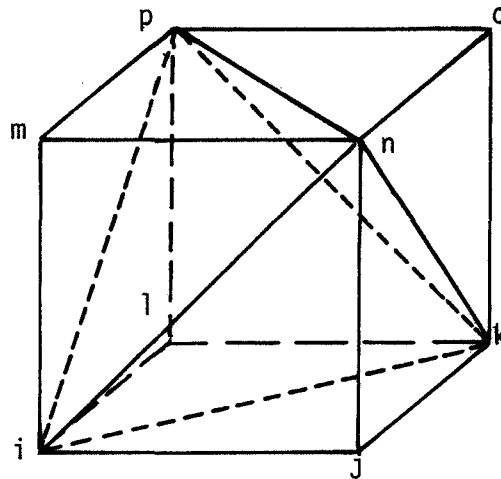


Ce type de maillage et l'ordre de numérotation des noeuds ont été choisis afin d'obtenir un algorithme intéressant du point de vue stockage sur ordinateur de la matrice du système linéaire obtenu.

Les trois "directions" \vec{l}_1 , \vec{l}_m et \vec{l}_n sont prises dans le sens direct par rapport à \vec{Ox} , \vec{Oy} , \vec{Oz} constituant un repère orthonormé direct.

Considérons un élément ω_i de ce maillage, cet élément $\omega_{ijklmnop}$ est à son tour discrétisé en cinq tétraèdres élémentaires τ_{ijkl} comme le suggère la figure 5. Ces tétraèdres sont supposés suffisamment petits pour que l'on puisse considérer que dans chacun le vecteur vitesse hydrodynamique reste constant.

Figure 5 - Discrétisation d'un élément ω_i en cinq tétraèdres τ_{ijkl}



Dans le maillage utilisé, on ne doit jamais avoir deux points superposés, ni les quatre sommets d'un élément τ_{ijkl} coplanaires. En effet le tétraèdre construit à partir de ces points aurait un volume nul ce qui rendrait impossible la poursuite des calculs.

L'ordre de numérotation adopté facilite la recherche des éléments finis entourant un point quelconque du maillage.

b. Tableau OMEGA

Ce tableau de variables réelles dont les dimensions sont 12 lignes et $L \times M \times N$ colonnes contient les caractéristiques du maillage. Dans ce tableau la colonne I correspond au I^{ème} point du maillage :

- la ligne 1 contient l'abscisse du point exprimée en mètres ;
- la ligne 2 contient l'ordonnée du point exprimée en mètres ;
- la ligne 3 contient la cote du point exprimée en mètres ;
- la ligne 4 contient la conductivité principale C_1 exprimée en m/s ;

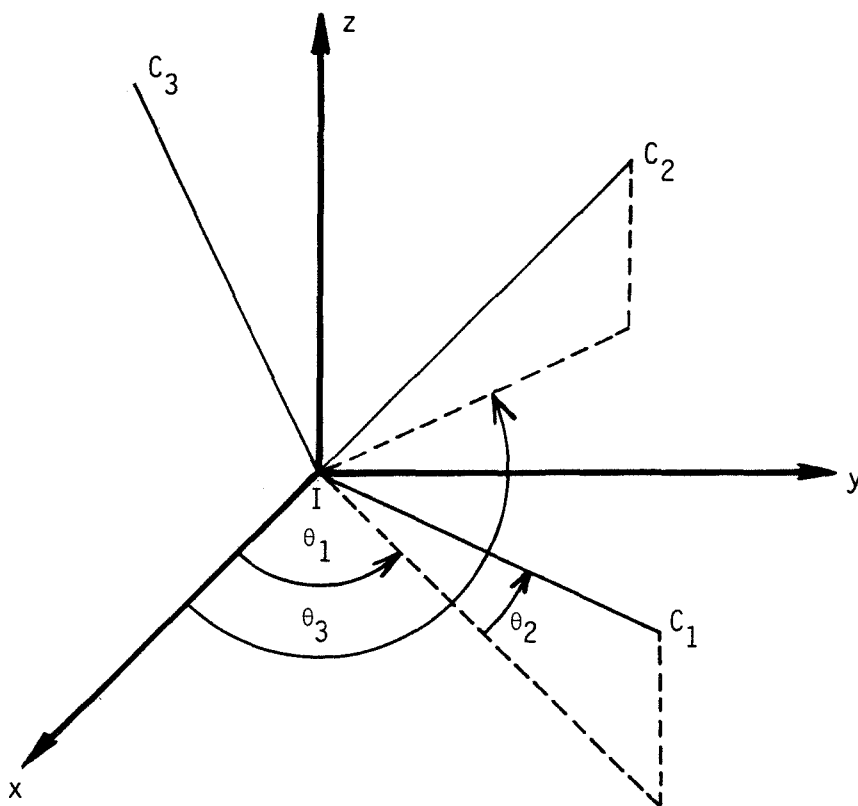
- la ligne 5 contient l'angle θ_1 exprimé en degrés entre la projection sur le plan \vec{Ox}, \vec{Oy} de la direction correspondant à $C1$ et l'axe \vec{Ox} ;

La figure 6 représente l'orientation du tenseur des conductivités dans le repère $\vec{Ox}, \vec{Oy}, \vec{Oz}$.

- la ligne 6 contient l'angle θ_2 exprimé en degrés entre la direction principale correspondant à $C1$ et le plan \vec{Ox}, \vec{Oy} .

- La ligne 7 contient la conductivité principale $C2$ exprimée en m/s ;

Figure 6 - Orientation du tenseur des conductivités
dans le repère de calcul



- la ligne 8 contient l'angle θ_3 , exprimé en degrés, entre la projection sur le plan \vec{Ox} , \vec{Oy} de la direction principale correspondant à C_2 et l'axe Ox .

- la ligne 9 contient la conductivité principale C_3 exprimée en m/s.

- la ligne 10 contient le coefficient d'emmagasinement A , exprimé en m^{-1} .

- la ligne 11 contient le débit source, exprimé en m^3/s , alimentant le domaine au point considéré avec la convention suivante :

. $OMEGA(11,I)$ est positif pour une injection dans le domaine \mathcal{D} au point I .

. $OMEGA(11,I)$ est négatif pour un prélèvement ;

- la ligne 12 contient + 1. en colonne I si au I ème point est imposée une condition de potentiel fixé, -1. sinon.

c. Tableau PHI

Ce vecteur a pour longueur $L \times M \times N$. Il est défini en réel DOUBLE PRECISION. Cette variable a la même signification que le tableau PHI défini lors de la présentation du sous-programme PBDIR2 à laquelle je renvoie le lecteur pour toutes les variables qui ont la même signification dans les deux sous-programmes.

d. ISOT

Même définition que dans le sous-programme PBDIR2

ISOT	Nature du domaine
-1	Anisotrope et homogène
\emptyset	Anisotrope et hétérogène
1	Isotrope et homogène
2	Isotrope et hétérogène

Première remarque :

Si ISOT vaut :

. - 1 il suffit de donner les valeurs $C1, \theta_1, \theta_2, C2, \theta_3$ et $C3$ pour le premier point du maillage lors de la construction du tableau OMEGA ;

. + 1 il suffit de donner la valeur $C1$ pour le premier point du maillage ;

. + 2 il est inutile de donner des valeurs aux lignes 5 à 9 du tableau OMEGA.

Deuxième remarque :

Dans le cas d'un domaine d'étude anisotrope, la construction du tenseur des conductivités exprimé en chaque point dans le repère de calcul $\vec{Ox}, \vec{Oy}, \vec{Oz}$ à partir des composantes 4 à 9 du tableau OMEGA se traduit, lors de l'utilisation du sous-programme PBDIR3, par une modification de la signification des six composantes précédentes, utilisées pour stocker les valeurs du tenseur de la façon suivante :

$$\begin{bmatrix} \text{OMEGA}(4,I) & \text{OMEGA}(5,I) & \text{OMEGA}(6,I) \\ \text{OMEGA}(5,I) & \text{OMEGA}(7,I) & \text{OMEGA}(8,I) \\ \text{OMEGA}(6,I) & \text{OMEGA}(8,I) & \text{OMEGA}(9,I) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C11 & C12 & C13 \\ C21 & C22 & C23 \\ C31 & C32 & C33 \end{bmatrix}$$

(tenseur des conductivités au point I exprimé dans le repère de calcul).

d'où la modification correspondante de la valeur du paramètre ISOT qui en sortant de PBDIR3 vaut :

. + 3 dans le cas où ISOT valait - 1 en entrée ;

. + 4 dans le cas où ISOT valait 0 en entrée.

Lors d'un appel du sous-programme PBDIR3 avec des valeurs de ISOT: 3 ou 4, il n'y aura plus de changement de repère pour exprimer le tenseur des conductivités dans le repère de calcul puisque les composantes en sont déjà connues et stockées dans OMEGA (4 à 9,I).

e. DT

Pas de temps. Même signification que dans le sous-programme PBDIR2.

f. Arguments de contrôle des itérations

- EPS : critère de convergence
- NITER : nombre maximum d'itérations que l'on accepte de faire.

Ces variables jouent le même rôle que dans le sous-programme PBDIR2. Toutefois la nature de EPS est légèrement différente puisque dans PBDIR3, EPS a la dimension d'un terme de débit. On pourra par exemple choisir EPS de l'ordre du centième du plus petit terme de débit imposé et NITER de l'ordre de 200.

- RELAX

Compte tenu de la plus grande complexité des systèmes linéaires à résoudre, ce paramètre dont la valeur était fixée arbitrairement dans le sous-programme PBDIR2, figure dans la liste des arguments d'appel de PBDIR3. Il représente le coefficient de surrelaxation de la méthode de résolution du système linéaire obtenu en cours de calculs. Sa valeur théorique doit être comprise entre 1 et 2, la valeur 1.80 est satisfaisante pour de petits maillages relativement réguliers. Pour des systèmes plus importants 500 à 1 500 noeuds, on peut être amené à rechercher la valeur optimale de ce paramètre (1).

II.1.4 - Paramètres de sortie

a. NITER, EPS, KSOL

Mêmes significations que dans le sous-programme PBDIR2.

b. PHI et Q

Mêmes significations que dans le sous-programme PBDIR2. Toutefois comme le vecteur PHI, le vecteur Q de longueur $L \times M \times N$ est défini en réel DOUBLE PRECISION (pour limiter les erreurs de troncature qui détériorent la vitesse de convergence de la méthode de résolution du système linéaire).

(1) Voir annexe 2.

c. V

Ce tableau de variables réelles, à 10 lignes et $L \times M \times N$ colonnes sert au stockage de la matrice du système linéaire en cours de calcul. Après résolution de ce dernier, les six premières composantes contiennent :

- . $V(1,I)$, la composante VX du vecteur diffusion ;
- . $V(2,I)$, la composante VY du vecteur diffusion ;
- . $V(3,I)$, la composante VZ du vecteur diffusion ;

Ces trois composantes du vecteur vitesse sont exprimées en m/s.

- . $V(4,I)$, la composante GX du vecteur gradient de potentiel ;
- . $V(5,I)$, la composante GY du vecteur gradient de potentiel ;
- . et $V(6,I)$, la composante GZ du vecteur gradient de potentiel ;

Ces trois dernières composantes sont des nombres sans dimension.

La même remarque que dans le cas bidimensionnel sera faite sur la signification des valeurs calculées des composantes du vecteur vitesse de diffusion.

Ce vecteur désigne la vitesse macroscopique du fluide, c'est-à-dire le flux hydrodynamique par unité de surface au travers d'une maille entourant le point considéré et non pas la vitesse réelle microscopique des particules fluides dans le terrain.

II.2.5 - Possibilité d'une double discrétisation d'une maille à huit sommets en cinq tétraèdres

$\begin{array}{ccccccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & (\uparrow) & \uparrow & \uparrow & \downarrow & (\uparrow) & \downarrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \downarrow \\ \text{SUBROUTINE PBDAR3} & (L,M,N,OMEGA,PHI,V,Q,ISOT,DT,EPS,NITER,KSOL,RELAX) \end{array}$

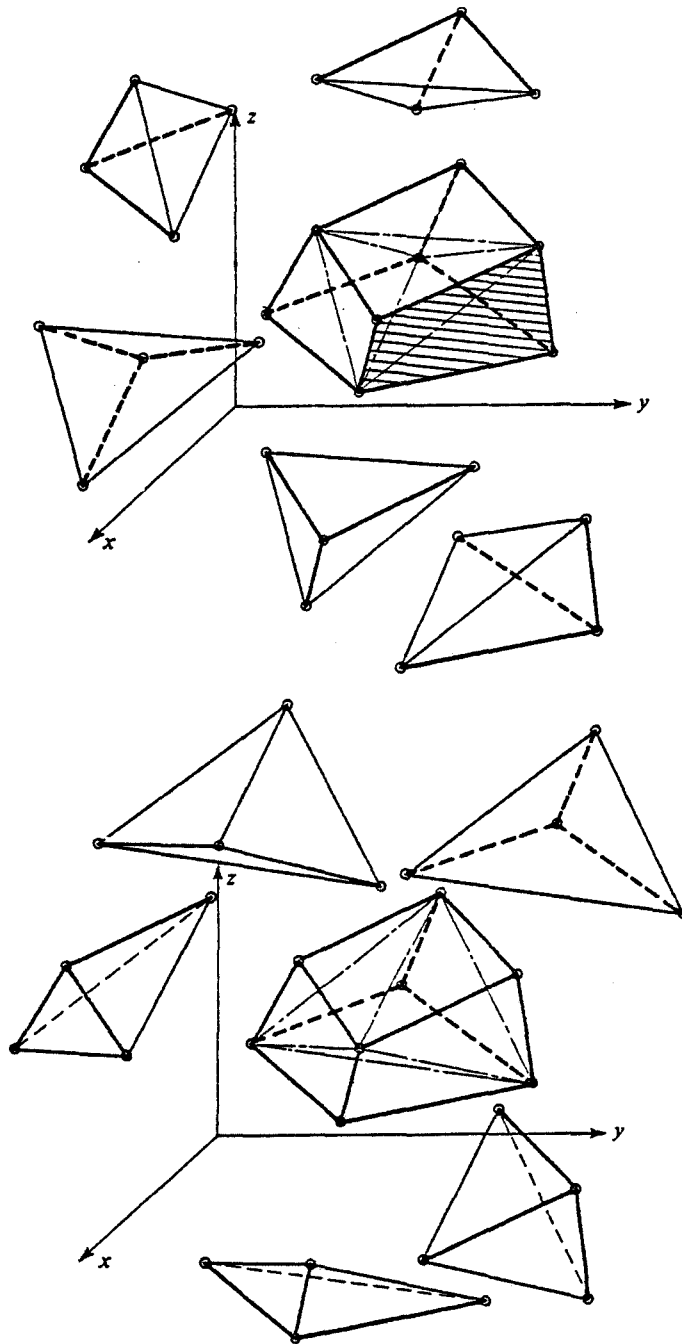


Figure 7 - Décompositions possibles d'un élément
à huit sommets en cinq tétraèdres
D'après ZIENKIEWICZ O. C. 1971 page 97

Nous avons évoqué (lors de la présentation du paramètre RELAX) quelques problèmes de convergence de la méthode de résolution du système linéaire obtenu à partir du sous-programme PBDIR3.

Une des raisons pour lesquelles la convergence de cette méthode est ralentie résulte de la structure de la matrice obtenue à partir de la discrétisation d'un volume à huit sommets de type ω_i en cinq tétraèdres. Or ce découpage détruit la symétrie qui pouvait exister à l'intérieur de cet élément ω_i .

L'option choisie dans PBDAR3 consiste à effectuer cette deuxième étape de discrétisation des deux façons possibles (selon la figure 7) et d'en faire la moyenne. La matrice obtenue est plus "régulière" et le temps de calcul global pour PBDAR3 est le plus souvent inférieur à celui de PBDIR3 travaillant sur les mêmes données (bien que le temps partiel pour la construction de la matrice soit doublé).

De plus, la solution calculée par PBDAR3 ne subit plus la légère distorsion apportée par une seule discrétisation dissymétrique vis-à-vis de l'élément de volume ω_i . Le stockage de la matrice du système linéaire obtenu à partir de PBDAR3 nécessite la même place mémoire que dans le cas de PBDIR3 (1)

II.2.6 - Tableau récapitulatif des options des sous-programmes PBDIR3 et PBDAR3

(1) Voir annexe 3.

<p>Légende</p> <p>Argument inutilisé</p> <p>Entrée, sorties, entrée-sortie</p> <p>(+) Sortie selon les options</p>	<p>CALL PBDIR3(L,M,N,OMEGA,PHI,V,Q,ISOT,DT,EPS,NITER,KSOL,RELAX)</p> <p>Dimensions dans le programme principal</p> <p>OMEGA (12,LxMxN) V(10,LxM,N) Double précision PHI(LxMxN) et Q(LxMxN)</p>						Arguments d'entrée communs à toutes les options					Argument ISOT en sortie
	ISOT	OMEGA (4,.)	OMEGA (5,.) à OMEGA (9,.)	OMEGA (10,.)	DT	PHI(.)	OMEGA (1,.) à OMEGA (3,.)	OMEGA (11,.)	OMEGA (12,.)	L,M,N	EPS NITER	ISOT
Nature du domaine												
Anisotrope et homogène	- 1	C1 pour le 1er noeud	θ_1, θ_2 C_2, θ_3 C_3 , 1er noeud	inutilisé en régime permanent, coefficient d'emmagasinement en régime transitoire	négatif ou nul en régime permanent pas de temps du régime transitoire	potentiel aux points de DIRICHLET en régime permanent. Piézométrie initiale en régime transitoire	Coordonnées des noeuds du maillage dans le repère orthonormé direct $\vec{Ox}, \vec{Oy}, \vec{Oz}$	Conditions de NEUMANN : débit (algébrique) alimentant le domaine	+ 1., si condition de DIRICHLET - 1, sinon	Nombre de noeuds sur les axes Ox, Oy, Oz (N) et O_n	Précision souhaitée de la solution et nombre maximal d'itérations pour l'atteindre	3
Anisotrope et hétérogène	0	C1	θ_1, θ_2, C_3									4
Isotrope et homogène	1	C1 pour le 1er noeud										1
Isotrope et hétérogène	2	C1										2
Anisotrope et homogène tenseur exprimé dans le repère de calcul	3	C11 pour le 1er noeud	C21, C22 C31, C32 et C33 1er noeud									3
Anisotrope et hétérogène tenseur exprimé dans le repère de calcul	4	C11	C21, C22 C31, C32 et C33									4

II.2.6 - Tableau récapitulatif des options du sous-programme PBDIR3 (ou PBDAR3)

RELAX : Coefficient de surrelaxation (compris entre 1 et 2 ; 1,8 valeur moyenne)

Arguments de sortie communs à toutes les options

EPS et NITER...

V(1,.) à V(3,.)

V(4,.) à V(6,.)

Q(.)

PHI(.)

KSOL

```
*****
*                                     *
*               CHAPITRE III         *
*                                     *
*   SOUS-PROGRAMME DE RECHERCHE DE LA SURFACE LIBRE   *
*   DE L'ÉCOULEMENT DANS UN DOMAINE PLAN VERTICAL    *
*   (MODIFICATION DU MAILLAGE)              *
*                                     *
*****
```

Sous-programmes MODIF2 et MODIF3

III.1 - PRESENTATION GENERALE DES SOUS-PROGRAMMES MODIF2 et MODIF3

III.1.1 - Position du problème

L'équation générale présentée en introduction décrit les écoulements hydrodynamiques en milieu poreux saturé. Il faut donc s'assurer que le domaine de calcul bidimensionnel vertical ou tridimensionnel, représenté par son maillage, soit saturé en eau, d'où la nécessité de modifier le maillage en fonction de la position de la surface libre de la nappe.

A partir de la description initiale du domaine et de la répartition des potentiels aux noeuds du maillage, il s'agit de générer un nouveau maillage conservant le nombre N de noeuds sur chaque direction de type $\tilde{1}n$. (figure 1 page 28 pour un domaine plan vertical, et figure 4 page 39 pour un domaine tridimensionnel) de telle façon que l'altitude du nouveau point le plus élevé sur chaque direction "verticale" reste toujours égale à la valeur du potentiel en ce point. Les plans de référence des altitudes et des potentiels doivent être confondus.

III.1.2 - Options choisies dans les sous-programmes MODIF2 et MODIF3

Le déplacement d'un point du maillage s'accompagne, outre la modification des coordonnées de ce point, de l'imposition de nouveaux paramètres hydrodynamiques et de nouvelles conditions aux limites.

a. Coordonnées

Le mode d'ajustement au domaine réel d'écoulement saturé en eau est tel que les points du maillage glissent sur la ligne verticale ou inclinée qui les porte. Les nouvelles coordonnées sont donc calculées par interpolation linéaire sur le segment initial joignant deux noeuds dont l'une des extrémités est "noyée" et l'autre "dénoyée".

Dans le cas où les valeurs des potentiels sur une ligne \tilde{In} sont toutes inférieures à l'altitude du point le plus bas sur cette ligne, il y a "dénoyage" entraînant l'arrêt de l'exécution du programme.

b. Paramètres hydrodynamiques (perméabilités ou transmissivités selon le cas, et, éventuellement, coefficients d'emmagasinement).

Les nouvelles valeurs de ces paramètres sont obtenues par interpolation linéaire entre celles des extrémités du segment en partie "immergé".

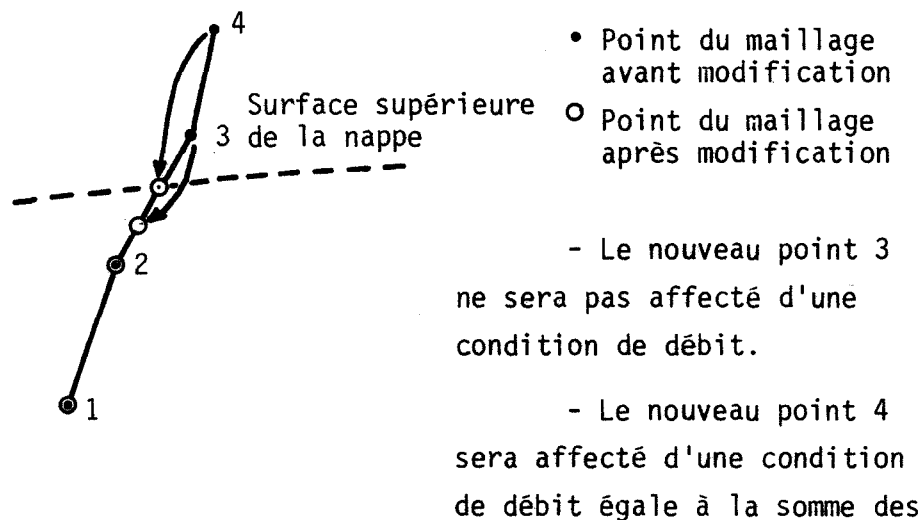
c. Conditions aux limites (potentiels, débits)

Si une condition de potentiel est fixée au noeud le plus élevé sur une ligne \tilde{In} , cette condition est maintenue et le point considéré est alors déplacé de telle façon que sa nouvelle altitude soit égale à la valeur fixée du potentiel.

Les points situés en dessous et déplacés perdent, le cas échéant, le caractère de points de DIRICHLET.

Lorsque des conditions de débit sont imposées sur des points devant être déplacés, le nouveau point le plus élevé après modification sera affecté d'une condition de débit égale à la somme des valeurs de débit positives rencontrées sur la ligne pour les points déplacés : (figure 8).

Figure 8 - Redistribution des conditions de débit



Remarque :

Si au cours du calcul, le potentiel en un point situé au sommet d'une ligne \tilde{ln} devient supérieur à l'altitude de ce point, les sous-programmes MODIF2 et MODIF3 recherchent les caractéristiques initiales du maillage sur cette ligne de façon à rehausser éventuellement le maillage. Il faut donc disposer d'une zone mémoire dans laquelle auront été conservées ces caractéristiques.

Cette remarque s'applique en particulier pour un problème en régime transitoire où l'on observe la remontée de la surface piézométrique suite à une période d'étiage ou à un essai de pompage.

III.2 - PRESENTATION DU SOUS-PROGRAMME MODIF2

III.2.1 - Appel du sous-programme

Le sous-programme MODIF2 peut être appelé à l'aide de l'ordre FORTRAN suivant ...

|| CALL MODIF2(M,N,OMEGA,PHI,ISOT,IP)
 ↓ ↓ ↑ ↑ ↓ ↓

III.2.2 - Arguments d'appel

a. Arguments d'entrée

Les paramètres M, N et ISOT sont ceux définis lors de l'appel de PBDIR2 (§ II.1.3).

IP : entier compris entre 1 et M indiquant le numéro de la ligne verticale qui doit être examinée.

b. Arguments d'entrée-sortie

Les tableaux OMEGA et PHI sont ceux définis lors de l'appel de PBDIR2 (§ II.1.3).

Leur contenu est modifié par MODIF2 selon les indications du paragraphe III.1.2.

III.3 - PRESENTATION DU SOUS-PROGRAMME MODIF3

III.3.1 - Appel du sous-programme

Le sous-programme MODIF3 peut être appelé à l'aide de l'ordre FORTRAN suivant ...

|| CALL MODIF3(L,M,N,OMEGA,PHI,ISOT,IP,IQ)
 ↓ ↓ ↓ ↑ ↑ ↓ ↓ ↓

III.3.2 - Arguments d'appel

a. Arguments d'entrée

Les paramètres L, M, N et ISOT sont ceux définis lors de l'appel de PBDIR3 (§ II.2.3).

IP : entier compris entre 1 et L indiquant le rang en projection sur le plan $(\widetilde{l_l}, \widetilde{l_n})$ de la ligne qui doit être examinée.

IQ : entier compris entre 1 et M indiquant le rang de la ligne en projection sur le plan $(\widetilde{l_m}, \widetilde{l_n})$

b. Arguments d'entrées-sorties

Les tableaux OMEGA et PHI sont ceux définis lors de l'appel de PBDIR3 (§ II.2.3).

Leur contenu est modifié par MODIF3 selon les indications du paragraphe III.1.2.

```
*****
**                                     **
**                               CHAPITRE IV                               **
** APPEL DES SOUS-PROGRAMMES DE CALCUL ET DE MODIFICATION                **
** DU MAILLAGE POUR DES MODELES DE NAPPE LIBRE, CAPTIVE                  **
** OU MIXTE, OÙ FIGURENT DES CONDITIONS DE SURFACE LIBRE                **
**                                     **
*****
```

Sous-programmes SLIB2 et SLIB3
Programmes NAPLI2 et NAPLI3

IV.1 - PRESENTATION DES SOUS-PROGRAMMES SLIB2 et SLIB3

IV.1.1 - Position du problème

a. Cas d'un modèle en régime permanent

La première étape du programme consiste à faire appel au sous-programme de calcul de la répartition des potentiels à partir du maillage initial décrit par l'utilisateur.

La solution fournie permet de comparer pour chaque ligne "verticale" du maillage, l'écart relatif entre la surface supérieure de la nappe calculée et celle correspondante du maillage à une précision arbitraire fixée par l'utilisateur. Il est alors possible de faire modifier le maillage si cela est nécessaire. Après avoir examiné de cette façon chaque ligne "verticale" du maillage, le calcul de la répartition des potentiels pour le nouvel état du maillage est à nouveau lancé.

Au bout de quelques itérations -appel du sous-programme de calcul, appels du sous-programme de modification du maillage- la surface supérieure de la nappe coïncidera (à la précision fixée près) à celle correspondante du maillage ayant permis de la calculer.

b. Cas d'un modèle en régime transitoire

La répartition initiale des potentiels peut ne pas coïncider avec l'état initial du maillage. Il est donc nécessaire de contrôler l'écart éventuel entre la surface piézométrique initiale et la surface supérieure du maillage initial puis de le corriger en faisant appel au sous-programme de modification du maillage.

Ensuite, contrairement au cas du régime permanent, il n'est pas possible d'obtenir un maillage "statique" dont la surface supérieure coïnciderait avec celle de la nappe (cette dernière étant mobile par définition du régime transitoire). Il suffit, par contre, de décomposer le pas de temps pour lequel on veut effectuer une simulation de l'évolution de la nappe, en un certain nombre de pas de temps élémentaires (un seul éventuellement) au bout desquels le maillage sera réajusté sur le nouvel état de la nappe si celui-ci varie rapidement. La simulation souhaitée sera obtenue par une succession de simulations partielles.

Remarques :

Lors d'un calcul en régime transitoire, la répartition initiale des potentiels est généralement proche de la répartition finale, ou, du moins, plus proche d'elle que cette première si l'on considère le cas d'un régime permanent, réduite aux seules conditions de DIRICHLET. Il en résulte une convergence plus rapide dans le sous-programme de calcul de la méthode de recherche de la solution par approximations successives.

Cette remarque trouve son intérêt dans les différentes étapes du calage d'un modèle en régime permanent. Le premier essai de simulation fournit une solution qui sans être nécessairement bonne est plus proche de la solution de calage que celle initiale adoptée par les sous-programmes de calcul (répartition uniforme du potentiel, pour tous les points autres que ceux de DIRICHLET, égale à la moyenne arithmétique des valeurs fixées du potentiel). La première solution calculée peut être considérée comme l'ensemble des conditions initiales d'un calcul en régime transitoire où tous les coefficients d'emmaga-

sinement auraient été annulés. Cette option a été adaptée dans la partie "régime permanent" des algorithmes des sous-programmes SLIB2 et SLIB3.

IV.1.2 - Appel des sous-programmes

a. Appel de SLIB2

Le sous-programme SLIB2 peut être appelé à partir de l'ordre FORTRAN suivant...

```
|| CALL SLIB2 (L,M,N,OMEGA,PHI,V,Q,ISOT,DT,EPS,NITER,KSOL)
```

↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↑ ↑ ↓ ↓ ↓ ↓ ↑
(↑)

situé à l'intérieur d'un programme d'appel possédant une zone COMMON de type suivant :

```
|| COMMON /PAR/MODMAX,EPSI
```

La liste et la signification des paramètres figurant dans l'ordre d'appel du sous-programme SLIB2 est identique à celles concernant l'appel du sous-programme PBDIR2 (§ II.1.2).

Les paramètres figurant dans la zone COMMON représentent deux notions introduites dans le paragraphe IV.1.1 :

Le premier, MODMAX, est un entier fixant le nombre maximum d'itérations (du type -appel du sous-programme de calcul, appels du sous-programme de modification du maillage-) que l'on accepte de faire dans le cas d'une étude en régime permanent. Dans le cas d'une étude en régime transitoire, MODMAX détermine le nombre de subdivisions de pas de temps à la fin desquelles le maillage est réajusté à la surface supérieure de la nappe.

Le second, EPSI, est une variable réelle qui désigne la tolérance sur l'écart relatif entre la hauteur mouillée et la hauteur du maillage calculées sur chaque ligne (verticale ou inclinée) de type \widetilde{In} . Cette variable est exprimée en unité décimale.

b. Appel de SLIB3

Le sous-programme SLIB3 est analogue pour un problème tridimensionnel à SLIB2 ; ce dernier étant réservé aux problèmes bidimensionnels en coupe.

L'ordre d'appel du sous-programme SLIB3 est semblable à celui de PBDIR3. La liste et la signification des paramètres figurant dans cet ordre sont identiques pour les deux sous-programmes.

$\downarrow \downarrow \downarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow \quad \up \up \downarrow (\up) \quad \downarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow \quad \up \quad \downarrow$
 || CALL SLIB3(L,M,N,OMEGA,PHI,V,Q,ISOT,DT,EPS,NITER,KSOL,RELAX)

situé à l'intérieur d'un programme d'appel possédant une zone common de type suivant :

|| COMMON /PAR/MODMAX,EPSI

La signification de ces deux paramètres est évidemment la même que lors de l'appel de SLIB2, décrit au paragraphe précédent.

IV.2 - PRESENTATION GENERALE DES PROGRAMMES NAPLI2 ET NAPLI3

Bien que ces deux programmes intègrent dans leur programmation FORTRAN IV une structure de fichiers particulière à la configuration informatique (CII H. B. MINI 6, mode 600) pour laquelle ils ont été conçus, il est apparu important de les présenter sous forme d'algorithme afin de montrer leur souplesse d'utilisation en régime permanent ou transitoire.

IV.2.1 - Algorithme des programmes NAPLI2 et NAPLI3 (organigramme simplifié).

Ces programmes n'effectuent que des entrées-sorties sur fichiers-disques de stockage (données, résultats ou fichier "imprimante").

Trois fichiers (numérotés de 1 à 3) sont nécessaires à leur fonctionnement. Le contenu et la structure de ces fichiers seront détaillés dans le paragraphe suivant.

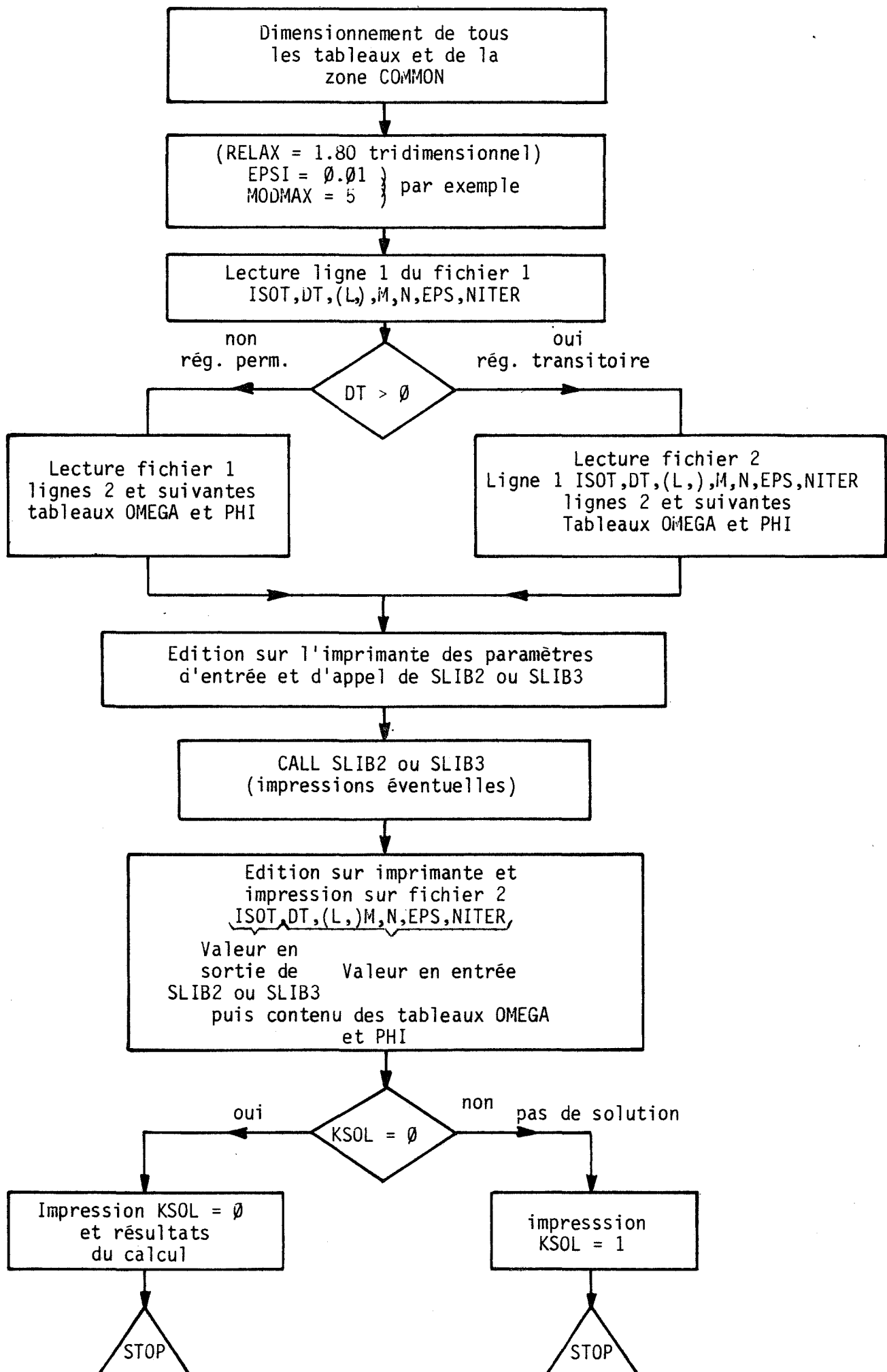


Figure 9 - Organigramme des programmes NAPLI2 et NAPLI3

IV.2.2 - FICHIERS UTILISES

Trois fichiers sont donc utilisés. L'un, affecté du numéro logique 3 (dans notre cas), sert à l'édition des résultats sur l'imprimante.

Les deux autres, numéros logiques 1 et 2 (également dans notre cas), contiennent les données descriptives de la simulation.

Plusieurs possibilités s'offrent à l'utilisateur :

Utilisation "normale"

Régime permanent :

- Les données contenues dans le fichier 1 seront celles de la simulation si la variable pas de temps (DT) est négative ou nulle. Il s'agit alors d'une simulation en régime permanent. Après le calcul, les caractéristiques du maillage (modifié dans la plupart des cas) et la solution des potentiels calculés seront conservées dans le fichier 2.

Régime transitoire :

Si la valeur du pas de temps contenue dans le fichier 1 est positive, le programme NAPLI2 ou NAPLI3 utilisera les caractéristiques contenues dans le fichier 2 (dont la nouvelle valeur du pas de temps généralement égale à la précédente). Après le calcul, les caractéristiques du maillage et la solution des potentiels calculés seront inscrites dans le fichier 2.

En régime transitoire, les conditions initiales sont donc conservées dans le fichier 2 (résultant le plus souvent d'une simulation antérieure en régime permanent).

Si des modifications doivent être apportées avant de lancer une simulation, il faut prendre soin de corriger identiquement les contenus des fichiers 1 et 2.

En effet, si au cours des calculs, le maillage (dont les caractéristiques courantes sont contenues dans le fichier 2) devait être "réhaussé" (crue, courbe de remontée après essai de pompage, etc...),

les caractéristiques originelles du maillage (conservées dans le fichier 1) seraient utilisées (voir description des sous-programmes MODIF2 et MODIF3, chapitre III).

Utilisations particulières (en régime permanent)

- Dans le cas précédent, si la valeur du pas de temps contenu dans le fichier 2 est négative ou nulle, la simulation s'effectuera en régime permanent à partir des caractéristiques inscrites dans le fichier 2.

Cette remarque est particulièrement intéressante lors d'un calage en régime permanent : le maillage est modifié par étapes et ne subit que des corrections minimales en fin de calage.

- A la remarque précédente on pourra superposer celle du paragraphe IV.1.1 permettant d'utiliser une solution des potentiels proche de la solution de calage comme condition initiale d'un régime pseudo-transitoire (où tous les coefficients d'emmagasinement auraient été annulés).

Compte-tenu des modifications nombreuses que l'on pourra être amené à effectuer, il sera intéressant de disposer de programmes facilitant l'introduction et la modification des données. De tels programmes seront décrits dans le chapitre VI (INTRO2, INTRA2, INTRO3 et INTRA3).


```
*****
*                                     *
*               CHAPITRE V           *
*                                     *
*      MODELES BIDIMENSIONNELS PLANS  *
*                                     *
*      PROGRAMMES DE CALCUL DANS LE CAS *
*                                     *
*      D'UNE NAPPE LIBRE, CAPTIVE OU MIXTE *
*                                     *
*****
```

Programmes APPEL2, TRANS2, et HOLIB2

V.1 - PRESENTATION DES PROGRAMMES APPEL2 et TRANS2

V.1.1 - Présentation générale

Ces programmes ont été conçus pour simuler les écoulements bidimensionnels en régime permanent (APPEL2) ou transitoire (TRANS2). Ils s'adressent à des milieux aquifères hétérogènes et isotropes. Ils utilisent un maillage régulier à maille carrée. Ils permettent d'aborder les cas de nappes libres, captives ou mixtes.

Les données nécessaires sont pour chaque point du maillage :

- la perméabilité ;
- le coefficient d'emmagasinement (en régime transitoire seulement) ;
- la cote du substratum imperméable, éventuellement l'épaisseur maximum de la nappe ;
- les conditions aux limites (potentiel, débit) ;
- éventuellement les conditions initiales (dans le cas d'un régime transitoire).

L'emploi du programme TRANS2 nécessite au préalable une étude de la nappe en régime permanent, convenablement calée.

V.1.2 - Particularités du programme APPEL2

Le programme APPEL2 est essentiellement un programme d'entrées-sorties et de préparation des données en vue de l'appel du sous-programme de calcul PBDIR2.

Les données concernant la simulation sont lues sur un fichier obtenu par l'appel du programme HDMINØ (introduction et vérification des données, chapitre VI).

Le programme APPEL2 génère les coordonnées des points du maillage connaissant la valeur du côté de la maille élémentaire. Il calcule les transmissivités à partir de la hauteur mouillée et de la perméabilité (la piézométrie de départ, pour lancer le calcul itératif, est une valeur moyenne des valeurs des potentiels imposés).

Les itérations s'arrêteront soit lorsque le nombre maximum d'itérations admises sera atteint, soit lorsque entre une itération et l'autre (c'est-à-dire, de part et d'autre de l'appel du sous-programme de calcul) la variation relative maximale de la hauteur mouillée sera inférieure à la valeur fixée par l'utilisateur.

La conservation de la solution de potentiel est assurée par le stockage sur fichier d'un tableau ayant les dimensions du maillage. Ce fichier servira par la suite à la cartographie des potentiels.

Le compte-rendu de l'exécution sera édité sur l'imprimante et contiendra les résultats suivants :

- Paramètres de contrôle des itérations ;
- Paramètres descriptifs du maillage (coordonnées des noeuds, perméabilités, éventuelles conditions imposées,...) ;
- Répartition des potentiels et variations relatives de la hauteur mouillée à chaque itération ;
- Solution finale ; potentiels, vitesses, gradients.

V.1.3 - Particularités du programme TRANS2

En régime transitoire, et d'une façon générale, TRANS2 effectue les mêmes tâches que APPEL2 en régime permanent. Les données propres au régime transitoire sont alors contenues dans un second fichier (durée du pas de temps, coefficients d'emmagasinement, éventuelles modifications de perméabilités et de conditions aux limites par rapport au régime permanent ou transitoire ayant permis d'obtenir la répartition initiale des potentiels). Ce fichier est construit par le programme RTMINØ (introduction et vérification des données, chapitre VI).

Les corrections des transmissivités sont effectuées en fonction des variations des hauteurs mouillées dans la nappe. Un paramètre interne au programme TRANS2 permet de fixer la fréquence de ces corrections (par exemple, tous les dixièmes du pas de temps fixé par l'utilisateur. La simulation en régime transitoire pour une durée DT correspondra alors à la succession de dix évolutions de durée $DT/10$).

Le contenu du "listing" édité sur l'imprimante reste semblable à celui d'une simulation en régime permanent. Il en est de même pour la conservation de la solution des potentiels dans un fichier.

V.2 - PRESENTATION DU PROGRAMME HOLIB2

Ce programme rassemble à lui seul les possibilités des deux programmes APPEL2 et TRANS2, c'est-à-dire, calcul des écoulements bidimensionnels plans en régime permanent ou transitoire, mais sur un maillage irrégulier (toutefois ce maillage doit être obtenu par déformation continue d'un maillage régulier à maille carrée). De plus le domaine peut être anisotrope. Ce programme a été conçu semblable au programme NAPLI2 pour les écoulements bidimensionnels dans un domaine vertical. Il travaille à partir de fichiers du même type (voir chapitre IV.2).

L'introduction des données est semblable pour les programmes HOLIB2 et NAPLI2 ; les seules différences sont les suivantes :

Pour NAPLI2 sont introduites (à l'aide des programmes INTRO2 ou INTRA2, chapitre VI) les transmissivités en chaque noeud du maillage, ou plus exactement les perméabilités par unité d'épaisseur du cylindre de terrain en coupe. Pour HOLIB2 ce seront les perméabilités. Les transmissivités seront alors calculées (comme dans les programmes APPEL2 et TRANS2) à partir des perméabilités et des hauteurs mouillées. Il faudra donc compléter le lot des données communes à HOLIB2 et NAPLI2 par l'ensemble des cotes du substratum imperméable et, éventuellement, des épaisseurs maxima de la nappe.

L'introduction de ces données complémentaires sera confiée au programme TRATUM (chapitre VI).

```
*****
*                                     *
*               CHAPITRE VI          *
* PROGRAMMES D'INTRODUCTION ET      *
* DE MODIFICATION DES DONNEES      *
*                                     *
*****
```

Programmes INTRO2, INTRA2, INTRO3, INTRA3
TRATUM, HDMINØ et RTMINØ

VI.1 - PROGRAMMES S'EXECUTANT DE FACON INTERACTIVE SUR TERMINAL ECRAN

VI.1.1 - Introduction des données en vue de la mise au point d'un modèle
bidimensionnel en coupe.

Programmes INTRO2 et INTRA2

a. Rappel sur les données nécessaires à une simulation.

La signification précise de chacun des paramètres suivants
figure au chapitre II.1.3. "Paramètres d'entrée du programme PBDIR2".

- M et N : nombres de noeuds dans les directions \vec{lm} et \vec{ln}
du maillage ;

- ISOT : caractère d'hétérogénéité ou d'anisotropie du
domaine vu sous l'angle des paramètres hydrodynamiques (transmissivi-
tés ou perméabilités) ;

- DT : pas de temps de la simulation ;

- EPS, NITER : facteurs de contrôle des itérations (réso-
lution d'un système linéaire par une méthode itérative) ;

- Tableau OMEGA : coordonnées X, Y

tenseur des transmissivités ou des
perméabilités C1, C2, θ

coefficient d'emmagasinement A

conditions aux limites { débit Q
 potentiel + 1. ou
 -1.

- Tableau PHI : Valeurs du potentiel : conditions aux limites, ou conditions initiales.

b. Options du programme INTRO2

Ce programme a été conçu dans le but de faciliter la première introduction des caractéristiques du maillage et les modifier en vue de nouvelles simulations.

Par exemple, après avoir rentré les dimensions M et N du maillage, si le terrain est isotrope, il ne sera pas nécessaire de donner de valeur à la seconde composante du tenseur des transmissivités, ni à l'angle de son orientation par rapport au repère de calcul.

Dans le cas d'un régime permanent, il ne sera pas demandé la valeur du coefficient d'emmagasinement, etc...

On pourra également rajouter de nouvelles lignes ou de nouvelles colonnes de noeuds, la numérotation des nouveaux noeuds sera automatique et conforme à l'ordre décrit par la figure 1, page 28.

Pour effectuer des modifications des caractéristiques portant sur les noeuds du maillage deux possibilités seront offertes :

- soit ces modifications concernent des paramètres spécifiques à chaque noeud (comme par exemple les coordonnées) et dans ce cas les modifications se font noeud par noeud ;
- soit ces modifications concernent une valeur commune à plusieurs noeuds (par exemple les transmissivités liées à une couche de nature lithologique particulière) et dans ce cas la modification portera sur la variable désignée. Elle s'appliquera alors sur tous les noeuds où cette variable aura une valeur donnée.

Les quelques exemples qui précèdent illustrent les possibilités nombreuses du programme INTRO2. Le paragraphe IV.2.1. signale

l'existence de deux fichiers numérotés 1 et 2 dans le cas de l'utilisation du programme NAPLI2.

Si le programme INTRO2 quant à lui joue un rôle complet (introduction et modification des données sur le fichier numéro 1) ; le programme INTRA2 ne permet que des modifications des données (sur le fichier numéro 2).

c. Options du programme INTRA2

Par l'intermédiaire du programme INTRA2 on ne pourra pas modifier le nombre de noeuds du maillage (il y aurait alors possibilité d'incompatibilité entre les fichiers 1 et 2). Il ne sera pas non plus possible de modifier la valeur du paramètre ISOT.

Toutefois, on ne doit pas considérer le programme INTRA2 comme un "INTRO2 aux possibilités réduites". En effet, un problème particulier est posé dans le cas d'un domaine d'étude anisotrope : les interpolations linéaires que l'on peut être amené à effectuer sur les tenseurs de transmissivités nécessitent l'expression de ces tenseurs dans le repère de calcul d'où les options ISOT = 3 ou ISOT = 4 en sortie du programme PBDIR2. Le fichier numéro 2 contient donc nécessairement les composantes des tenseurs exprimées dans le repère de calcul. Il est hors de question de demander à l'utilisateur de réaliser le changement de repère éventuel en vue de la modification d'une composante principale de ce tenseur en un point du maillage. Aussi, à partir des données C1, C2 et θ , le programme INTRA2 effectuera-t-il ce calcul avant de mettre à jour le fichier numéro 2 (cette remarque est encore plus cruciale dans le cas d'un problème tridimensionnel).

d. Structure des fichiers concernés

Les deux fichiers utilisés sont du type : "relatif non formaté à accès direct". L'utilisation d'une clé simple (numéro de l'enregistrement) donne l'accès à la ligne concernée.

. Première ligne du fichier :

ISOT,DT,M,N,EPS,NITER,J

Le nombre entier J ne figure dans cette ligne que lorsque la totalité des caractéristiques du maillage n'a pas été introduite. J désigne alors l'indice du dernier noeud introduit par l'utilisateur. Celui-ci pourra reprendre plus tard (après une interruption) l'introduction des données à partir de ce noeud.

. Seconde ligne et suivantes :

Sur chaque ligne numérotée de 2 à $M \times N + 1$ figurent les caractéristiques suivantes pour les noeuds numérotés de 1 à $M \times N$: X, Y, C1, C2, θ , A, Q, +1. ou -1., PHI, représentant neuf variables réelles.

Après chaque appel des programmes INTRO2 ou INTRA2, le contenu du fichier concerné par la modification est édité sur l'imprimante.

VI.1.2 - Introduction des données en vue de la mise au point d'un modèle bi-dimensionnel plan pour un maillage irrégulier.

Programme TRATUM.

a. Rappel sur les données nécessaires à une simulation.

La description du programme HOLIB2 (chapitre V.2) montre que l'on utilise la même description du maillage que dans le cas bidimensionnel en coupe. De façon imagée, il suffit de faire basculer le maillage représentant la coupe de terrains et de la plaquer sur un plan horizontal (attention, il faudra introduire les perméabilités en chacun des noeuds du maillage au lieu des transmissivités).

Les données complémentaires sont les suivantes :

La variable ITYPE caractérise l'état de la nappe :

- ITYPE = 1 nappe libre - cotes du substratum
- = 2 nappe captive - épaisseurs de la nappe
- = 3 nappe mixte - cotes du substratum et épaisseurs maxima de la nappe.

Le programme TRATUM utilisera la première ligne du fichier numéro 1 introduit par le programme INTRO2 où il lira les dimensions M et N du maillage.

Les données introduites par le programme TRATUM seront conservées dans un fichier numéro 2.

b. Structure du fichier utilisé

Le fichier utilisé est toujours du type : "relatif, non formaté, à accès direct".

Sur la première ligne du fichier on trouve ITYPE.

Sur la seconde ligne et les suivantes figurent les valeurs des cotes du substratum puis, le cas échéant, des épaisseurs maxima de la nappe.

ITYPE	
Cotes du substratum (M valeurs sur chaque ligne stockée dans l'ordre croissant des indices des noeuds du maillage).	Lignes 2 à N + 1
Epaisseurs maxima de la nappe (M valeurs par ligne).	Lignes N + 2 à 2 N + 1

(Schéma du fichier utilisé par le programme TRATUM)

V.1.3 - Introduction des données en vue de la mise au point d'un modèle tridimensionnel.

Programmes INTRO3 et INTRA3.

a. Rappel sur les données nécessaires à une simulation

Il suffit de reprendre la liste des paramètres figurant dans la liste d'appel du sous-programme PBDIR3. Pour connaître la signification précise de chacun des paramètres se reporter aux chapitres II.2.3 et II.1.3.

- L, M et N nombre de noeuds dans les directions \tilde{l}_m et \tilde{l}_n du maillage.

- ISOT : caractère d'hétérogénéité ou d'anisotropie du domaine vu sous l'angle des paramètres hydrodynamiques (perméabilités).

- DT : pas de temps de la simulation.

- EPS, NITER : facteurs de contrôle des itérations (résolution d'un système linéaire par une méthode itérative).

- Tableau OMEGA : coordonnées X, Y, Z

Tenseur des perméabilités

C1, θ_1 , θ_2 , C2, θ_3 , C3

Coefficient d'emménagement A

Conditions aux limites	débit Q
	potentiel +1. ou -1.

- Tableau PHI : valeurs du potentiel : conditions aux limites ou conditions initiales.

b. Options des programmes INTRO3 et INTRA3

Il n'est pas nécessaire de s'étendre sur le rôle des programmes INTRO3 et INTRA3 qui correspond à celui des programmes INTRO2 et INTRA2 vis-à-vis d'un problème bidimensionnel en coupe (se référer au chapitre correspondant).

. Une remarque cependant est nécessaire. Le programme INTRO3 ne permet pas, contrairement au programme INTRO2, d'insérer de nouvelles lignes de noeuds dans un maillage déjà constitué.

c. Structure des fichiers utilisés

Les deux fichiers utilisés sont analogues aux fichiers présentés dans le cas bidimensionnel (fichiers relatifs non formatés à accès direct). Leur contenu est le suivant :

. Première ligne du fichier :

ISOT,DT,L,M,N,EPS,NITER,J

Le nombre entier J ne figure dans cette ligne que lorsque la totalité des caractéristiques du maillage n'a pas été introduite. Comme pour le cas bidimensionnel, J désigne l'indice du dernier noeud introduit par l'utilisateur. Celui-ci pourra reprendre plus tard l'introduction des données à partir de ce noeud.

. Seconde ligne et suivantes :

Sur chaque ligne numérotée de 2 à $L \times M \times N + 1$ figurent les caractéristiques suivantes pour les noeuds numérotés de 1 à $L \times M \times N$: X,Y,Z,C1, $\theta 1$, $\theta 2$,C2, $\theta 3$,C3,AQ, +1. ou -1, PHI représentant douze variables réelles et une réelle DOUBLE PRECISION.

Après chaque appel des programmes INTR03 ou INTRA3, le contenu du fichier concerné par la modification est édité sur l'imprimante.

VI.2 - PROGRAMMES D'INTRODUCTION ET DE VERIFICATION DES DONNEES, NON INTERACTIFS

Programme HDMINØ et RTMINØ.

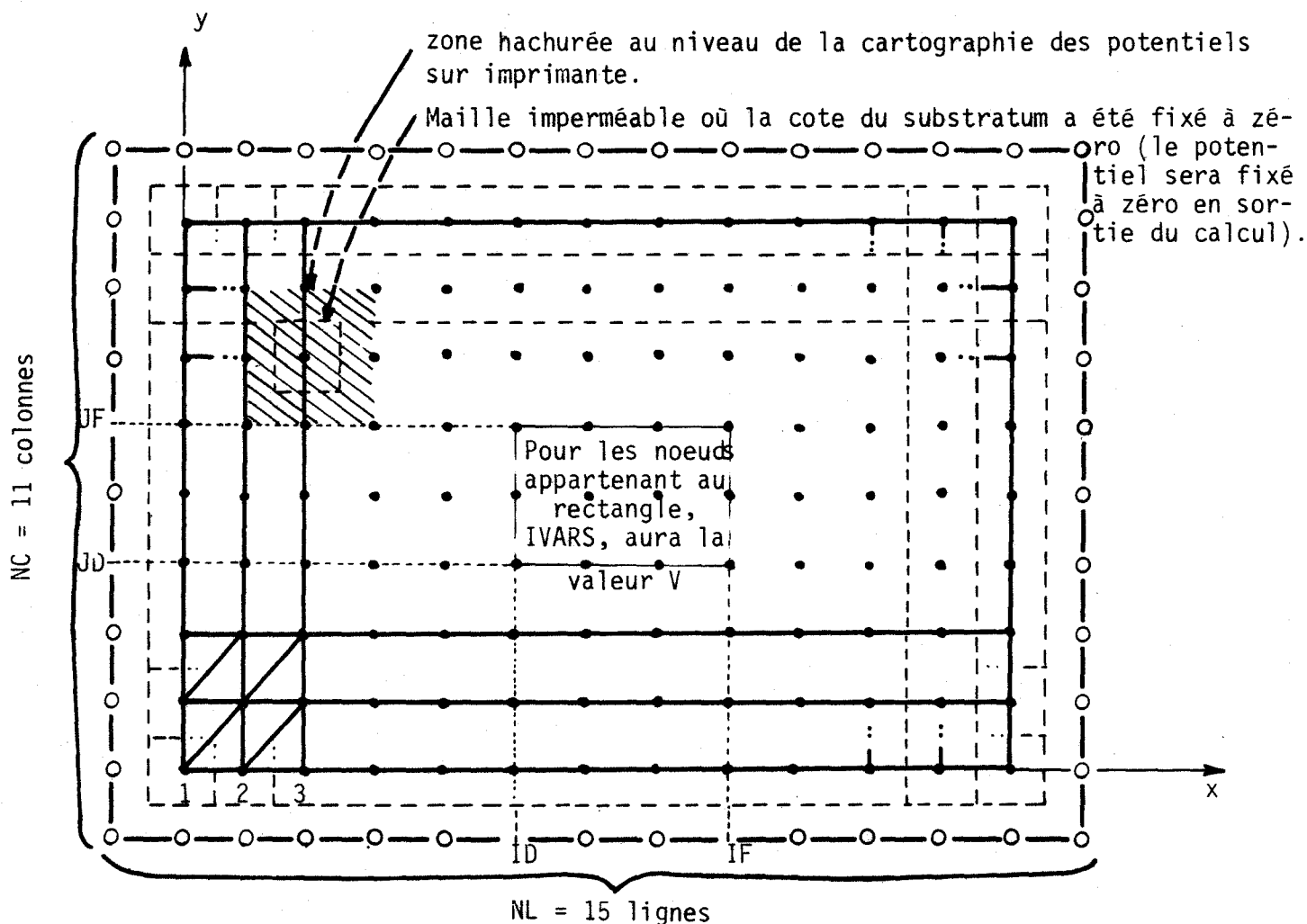
Ces programmes ont été conçus pour faciliter l'introduction des données pour l'étude, en régime permanent ou transitoire, d'un modèle plan de nappe libre, captive ou mixte. Le maillage régulier est constitué de maillages carrées ; le domaine étant isotrope du point de vue hydrodynamique.

VI.2.1 - Schéma du maillage utilisé

Afin d'illustrer les différents paramètres utilisés dans les programmes HDMINØ et RTMINØ, la figure 10 représente le maillage du domaine rectangulaire étudié.

N. B. : Dans le cadre de la bibliothèque ELFI, nous ne présentons que les programmes APPEL2 et TRANS2 qui traitent le problème hydrodynamique par la méthode des éléments finis. Le maillage présenté sur la figure 10 a été conçu à l'origine pour un calcul par la méthode des différences finies (bibliothèque DIFI)

Figure 10 - Maillage bidimensionnel plan à maille carrée régulière



Maillage prise en compte pour la méthode des différences finies

Maille et numérotation prises en compte pour la méthode des éléments finis

1 2

Bordure de zéros pour tous les paramètres hydrodynamiques et géométriques $\vec{I_x}$, $\vec{I_y}$, repère de calcul (méthode des éléments finis)

Le maillage des éléments finis tiendra compte de :

$M = NL - 1$ (13 dans notre cas) noeuds sur l'axe $\vec{I_x}$

$N = NC - 1$ (9 dans notre cas) noeuds sur l'axe $\vec{I_y}$

VI.2.2 - Introduction des données en régime permanent :

Programme HDMINØ.

Le programme HDMINØ lit des images cartes et les stocke sur un fichier qui sera ensuite utilisé par le programme APPEL2.

a. Première carte : NL, NC, ITYPE, NITER, EPS, RELAX, TITRE

NL : Nombre de lignes du maillage

NC : Nombre de colonnes

ITYPE : Type de la nappe. Trois valeurs sont possibles :

ITYPE = 1 nappe libre

ITYPE = 2 nappe captive

ITYPE = 3 nappe mixte (partiellement libre et captive)

NITER : nombre maximum d'itérations admises pour la résolution du système linéaire.

EPS : Précision souhaitée de la solution du système linéaire

RELAX : Coefficient de surrelaxation. Dans le programme APPEL2, cette valeur n'est pas utilisée.

TITRE : Titre de l'étude.

b. Cartes suivantes :

Suivant le type de la nappe il faut définir les paramètres suivants :

NAPPE LIBRE (ITYPE = 1) :

Les potentiels H

Les perméabilités P

Les débits Q

Les cotes du substratum imperméable Z.

Le schéma du maillage contenu de la carte est :

IVARS,V,ID,IF,JD,JF

IVARS désigne la nature de la variable sous forme d'une lettre : H, P, Q ou Z.

V désigne la valeur affectée à la variable IVARS conformément aux unités suivantes :

H en m, P en 10^{-3} m/s(mm/s), Q en 10^{-3} m³/s(l/s) et Z en m

Les quatre derniers indices définissent de façon implicite les indices des noeuds contenus dans un rectangle à l'intérieur duquel la variable IVARS sera affectée de la valeur V.

ID : première ligne	(si Ø ID = 1)
IF : dernière ligne	(si Ø IF = NL)
JD : première colonne	(si Ø JD = 1)
JF : dernière colonne	(si Ø JF = NC)

La figure 10 illustre les mailles concernées par cette affectation.

Les cartes sont traitées dans l'ordre d'arrivée ce qui permet de définir les mailles en plusieurs étapes.

NAPPE CAPTIVE (ITYPE = 2) :

Les potentiels H

Les débits Q

Deux possibilités sont offertes pour définir les transmissivités du milieu.

Entrée directe : code T de la carte.

Entrée en deux temps :

a) les perméabilités P

b) les épaisseurs de l'aquifère E

Le programme calculera alors la transmissivité en faisant le produit $P \times E$. Il est, dans ce cas, impératif d'avoir défini P avant d'introduire E (les cartes E ont simplement un effet multiplicatif sur les données supposées introduites).

On pourra panacher les deux modes d'introductions sur des mailles distinctes :

H,Q,T ou bien H,Q,P puis E

La cote du substratum n'intervient pas dans les calculs. Il ne faut donc pas la définir.

NAPPE MIXTE (ITYPE = 3) :

Dans ce cas il faudra définir :

Les potentiels H
Les débits Q
Les perméabilités P
Les cotes du substratum imperméable Z
Les épaisseurs maxima de l'aquifère E.

Remarque importante :

Dans tous les cas, les conditions de DIRICHLET seront définies en donnant une valeur négative au potentiel (le programme APPEL2 se chargera de générer les variables correspondantes en vue de l'appel du sous-programme de calcul PBDIR2).

D'autre part, si l'on veut isoler certaines mailles en les rendant imperméables vis-à-vis du reste du domaine, il suffit de fixer la cote du substratum imperméable à zéro. Un détail de la figure 10 illustre cette possibilité.

c. Structure du fichier utilisé

Le fichier de stockage est un fichier "relatif non formaté à accès direct" qui peut être considéré comme l'empilement de tableaux de dimensions NC x NL.

1ère ligne		NL,NC,ITYPE,NITER,EPS,RELAX,TITRE
NL lignes	(NC valeurs par ligne, stockées dans l'ordre croissant des indices des noeuds du maillage variable H
NL lignes	(variable P
NL lignes	(variable Q
NL lignes	(variable Z
NL lignes	(variable E

VI.2.3 - Introduction des données en régime transitoire.

Programme RTMINØ.

Avant d'envisager l'étude du modèle considéré en régime transitoire, il faut admettre que la nappe a déjà fait l'objet d'un calage convenable en régime permanent.

Le programme RTMINØ lit des images cartes et les stocke sur un fichier qui sera ensuite utilisé par le programme TRANS2.

a. Première carte

TITRE,NITER,EPS,RELAX,IPTU,NUM,IDUR2

TITRE : titre de l'étude pour vérifier la correspondance avec le calcul en régime permanent.

NITER,EPS,RELAX ; facteurs de contrôle des itérations
(RELAX n'est pas utilisé par le programme TRANS2).

IPTU : durée en secondes de l'unité de pas de temps pour
toute la suite des calculs en régime transitoire.

NUM : numéro du pas de temps de 1 à 10.

IDUR2 : durée du pas de temps exprimée en nombre d'unités
IPTU.

b. Cartes suivantes

Suivant le même principe que pour le programme HDMINØ, on définira les paramètres suivants :

Les nouveaux potentiels	H (en m)
Les nouveaux débits	Q (en 10^{-3} m/s)
Les pluies efficaces	R (en 10^{-3} m ² /s x surface d'une maille)
Les coefficients d'emmagasinement	S (coefficient d'emmagasinement A x surface d'une maille)

Si les valeurs de ces variables sont exprimées dans les unités indiquées, le programme TRANS2 assure la conversion des unités nécessaires à l'utilisation du sous-programme de calcul PBDIR2.

Le schéma du contenu de la carte est :

IVARS,V,ID,IF,JD,JF

Remarques :

- Le programme RTMINØ récupère la solution de potentiel issue du calcul en régime permanent et la modifie en fonction des indications apportées par l'utilisateur.
- La répartition des débits imposés lors du calcul en régime permanent n'est pas réutilisée, il faut reimposer les nouveaux débits d'échange.

c. Structure du fichier utilisé

Le fichier de stockage est un fichier "relatif non formaté à accès direct" qui comme le fichier utilisé par HDMINØ peut être considéré comme l'empilement de tableaux de dimensions NC x NL.

1ère
ligne
NC
lignes
NC
lignes

"

NL,NC,ITYPE,NITER,EPS,RELAX,TITRE,IPTU,NUM,IDUR(NUM)
Variable S
Variable Q
Variable H Conditions initiales 1er pas de temps
Variable H Conditions initiales 2ème pas de temps
.
.
Variable H Conditions initiales 9ème pas de temps
Variable H Conditions initiales 10ème pas de temps

```
*****  
**                                     **  
**          CHAPITRE VII              **  
** PROGRAMMES ET SOUS-PROGRAMME      **  
**          DE DESSIN AUTOMATIQUE    **  
**                                     **  
*****
```

Programmes CARTE,POT1,MAILLE,MAILLX,MAILTX,MAILLY
MAILTY,MAILLZ et MAILTZ - Sous-programme TRACE

VII.1 - PROGRAMMES D'EDITION SUR L'IMPRIMANTE D'UNE CARTE EN COURBES DE NIVEAU
POUR UNE FONCTION $\phi(x,y)$ DEFINIE AUX NOEUDS D'UN RESEAU REGULIER A MAILLE
CARREE.

Programmes CARTE et POT1 - Sous-programmes TRACE.

VII.1.1 - Sous-programme TRACE

a. Appel

Le sous-programme TRACE peut être appelé à l'aide de l'ordre
FORTRAN suivant :

|| CALL TRACE (PHI,M,N)

b. Effet

L'appel de TRACE provoque l'édition sur l'imprimante d'une
représentation en courbes de niveau matérialisées par une succession de
caractères alphanumériques d'une fonction $\phi(x,y)$. Cette dernière est
définie aux noeuds d'un réseau régulier à maille carrées, ses valeurs
sont contenues dans le tableau PHI. Compte tenu de la largeur du papier
sur l'imprimante, le nombre de noeuds M dans cette direction doit être
inférieur ou égal à 13. N désigne le nombre de noeuds dans la direction

de l'avancement du papier.

Les valeurs, limitées en nombre à 14, de la fonction pour lesquelles on souhaite obtenir une courbe de niveau sont initialisées par l'intermédiaire d'un ordre DATA situé en tête du sous-programme. Il en est de même pour l'initialisation des caractères alphanumériques correspondants à chacune des valeurs précédentes.

VII.1.2 - Programme CARTE

Ce programme d'appel du sous-programme TRACE lit un fichier contenant :

- sur la première ligne :
 - M et N (nombre de noeuds dans chaque direction du maillage régulier à maille carrée.
 - DT (pas de temps de la simulation)
 - TITRE (titre de l'étude).
- sur chacune des N lignes suivantes :
 - M valeurs de la fonction à cartographier.

Il édite ces valeurs sur l'imprimante avant de faire appel au sous-programme TRACE.

N. B. : Le fichier utilisé est celui contenant les résultats de la simulation à partir des programmes APPEL2 ou TRANS2 (chapitre V).

VII.1.3 - Programme POT1

Dans le cas d'un domaine tridimensionnel où le maillage peut être considéré comme la superposition de N maillages bidimensionnels réguliers à maille carrée, le programme POT1 lit le fichier résultant de la simulation réalisée par le programme NAPLI3 (chapitre IV), et fabrique les fichiers compatibles avec le programme CARTO. Le choix du numéro du plan à cartographier et d'un titre se font de façon interactive sur un terminal écran.

VII.2 - PROGRAMME DE REPRESENTATION SUR TABLE TRACANTE DES MAILLAGES UTILISES

La mise au point de ces programmes a été réalisée à l'aide d'une table traçante "Hewlett Packard" et la programmation en FORTRAN IV fait appel à un ensemble de sous-programmes fournis par le constructeur.

La présentation de ces programmes est volontairement succincte car leur structure est relativement simple, mais leur intérêt est important dès l'instant où l'on utilise des maillages irréguliers bidimensionnels ou tridimensionnels.

VII.2.1 - Maillages bidimensionnels - Programme MAILLE

Le programme MAILLE dessine sur table traçante une représentation du maillage dans un repère orthonormé ; les caractéristiques de ce maillage étant contenues dans un fichier ayant la même structure que ceux utilisés par les programmes NAPLI2 (chapitre IV) ou HOLIB2 (chapitre V).

VII.2.2 - Maillages tridimensionnels - Programmes MAILLX, MAILTX, MAILLY, MAILTY, MAILLZ et MAILTZ.

Ces programmes remplissent le même rôle que MAILLE, mais pour un maillage tridimensionnel. Le fichier décrivant le maillage a la même structure que ceux utilisés par le programme NAPLI3 (chapitre IV).

Les programmes MAILLX, MAILLY et MAILLZ permettent de choisir de façon interactive et d'inscrire sur un fichier le numéro d'ordre du plan (de type \overrightarrow{OY} , \overrightarrow{OZ} ; \overrightarrow{OX} , \overrightarrow{OZ} ou \overrightarrow{OY} , \overrightarrow{OZ}) à dessiner, correspondant à une projection selon l'une des trois directions \overrightarrow{OX} , \overrightarrow{OY} ou \overrightarrow{OZ} définissant le maillage tridimensionnel.

Les programmes MAILTX, MAILTY et MAILTZ exécutent les dessins selon le contenu du fichier initialisé à l'aide des programmes MAILLX, MAILLY et MAILLZ.

* DEUXIEME PARTIE *

EXEMPLES D'APPLICATIONS DE LA BIBLIOTHEQUE ELFI :

MILIEU POREUX ET MILIEU FAILLE

* INTRODUCTION GENERALE *

Dans cette deuxième partie, nous nous proposons d'illustrer la variété des configurations susceptibles d'être abordées à l'aide des modèles hydrodynamiques de la bibliothèque ELFI :

- Un premier exemple en milieu poreux vous présentera l'influence de l'exploitation des gravières sur l'écoulement des eaux souterraines dans le cas de la nappe alluviale de BONSON-PLAINE DU FOREZ (MASSIF CENTRAL Français) (chapitres I à III).

- Un second exemple en milieu faillé montrera la possibilité d'aborder les problèmes de venues d'eau dans les travaux souterrains. Le cas présenté est celui d'une exploitation minière (chapitre IV).

MILIEU POREUX

Influence de l'exploitation des gravières sur l'écoulement
des eaux souterraines, cas de la nappe alluviale de BONSON (LOIRE)

```
*****  
**          **  
**  CHAPITRE I  **  
**          **  
** CONTEXTE GENERAL **  
**          **  
*****
```

I.1 - SITUATION GEOGRAPHIQUE

La région qui fait l'objet des études présentées dans cette partie est située au Sud de la Plaine du Forez à 20 km au N. O. de SAINT-ETIENNE dans le département de la LOIRE.

Les horsts granitiques des Monts du Forez et de la Montagne Bourbonnaise séparent les grands effondrements tertiaires du N. E. du Massif Central : les Limagnes d'Allier à l'Ouest et de Loire à l'Est.

La plaine du Forez correspond à la terminaison méridionale de la Limagne de la LOIRE (figure 11) pincée entre les Monts du Forez et les Monts du Lyonnais.

C'est un bassin fermé de 760 km², allongé d'une quarantaine de kilomètres dans la direction NNO-SSE. Le relief est mou (altitude moyenne comprise entre 320 et 370 m) perturbé par des pointements basaltiques pouvant atteindre l'altitude de 540 m.

I.2 - CADRE GEOLOGIQUE ET HYDROGEOLOGIQUE

I.2.1 - Description géologique de la Plaine du Forez

La série stratigraphique générale, décrite par P. DUCLOS (1967), comprend quatre étages reposant sur le socle granitique, de bas en haut :

- sables et argiles feldspathiques évoluant vers des marnes et même des calcaires au sommet ;
- marnes à intercalations sableuses suivies brusquement de grès grossiers faisant place à des argiles sableuses puis plastiques ;
- sables quartzeux évoluant vers des argiles sableuses ;
- argiles finement sableuses à la base, très homogènes au-dessus, devenant calcaires et dolomitiques en montant dans la série : véritables marnes dolomitiques de couleur verte au sommet. Des formations fluviatiles anciennes sont interstratifiées dès le bas de cet étage. L'ensemble est plissé selon une vaste structure synforme, d'axe parallèle à la direction d'allongement de la plaine, qui vient buter contre la faille bordière d'effondrement (côté Lyonnais). Cette disposition provoque la mise en charge des aquifères contenus au sein des niveaux poreux profonds.

L'âge de ces formations est exclusivement tertiaire : Oligocène jusqu'au deuxième étage inclus, Miocène inférieur pour le début du troisième étage (résultat reposant pour la palynologie à cause de l'extrême rareté des organismes fossilisés dans les sédiments). Elles sont recouvertes par des terrasses alluvionnaires récentes aquifères, longeant la Loire et ses affluents.

Des phénomènes volcaniques ont accompagné la formation de la Plaine du Forez comme en témoignent les nombreux pointements basaltiques souvent associés à des pépérites. Ce volcanisme est lié aux accidents tectoniques, dûs à l'orogénèse alpine, ou bien aux accidents plus anciens qui ont joué à cette même période, et qui ont contribué à la formation de la plaine.

I.1.2 - Les terrasses de la Loire

La zone étudiée du point de vue hydrogéologique est située sur la rive gauche en bordure de la Loire. L'écoulement souterrain des eaux y est commandé par la structure emboîtée des terrasses de la Loire et de celles de ses affluents.

Localement, le socle granitique de la plaine, profondément affaîssé, n'affleure pas. Il apparaît néanmoins à quelques kilomètres au S. E. sur la rive droite du fleuve. Le substratum hydrogéologique est donc constitué par les marnes vertes très argileuses et pratiquement imperméables (étage supérieur de P. DUCLOS), recouvertes par les alluvions récentes de la Loire.

On peut ainsi distinguer :

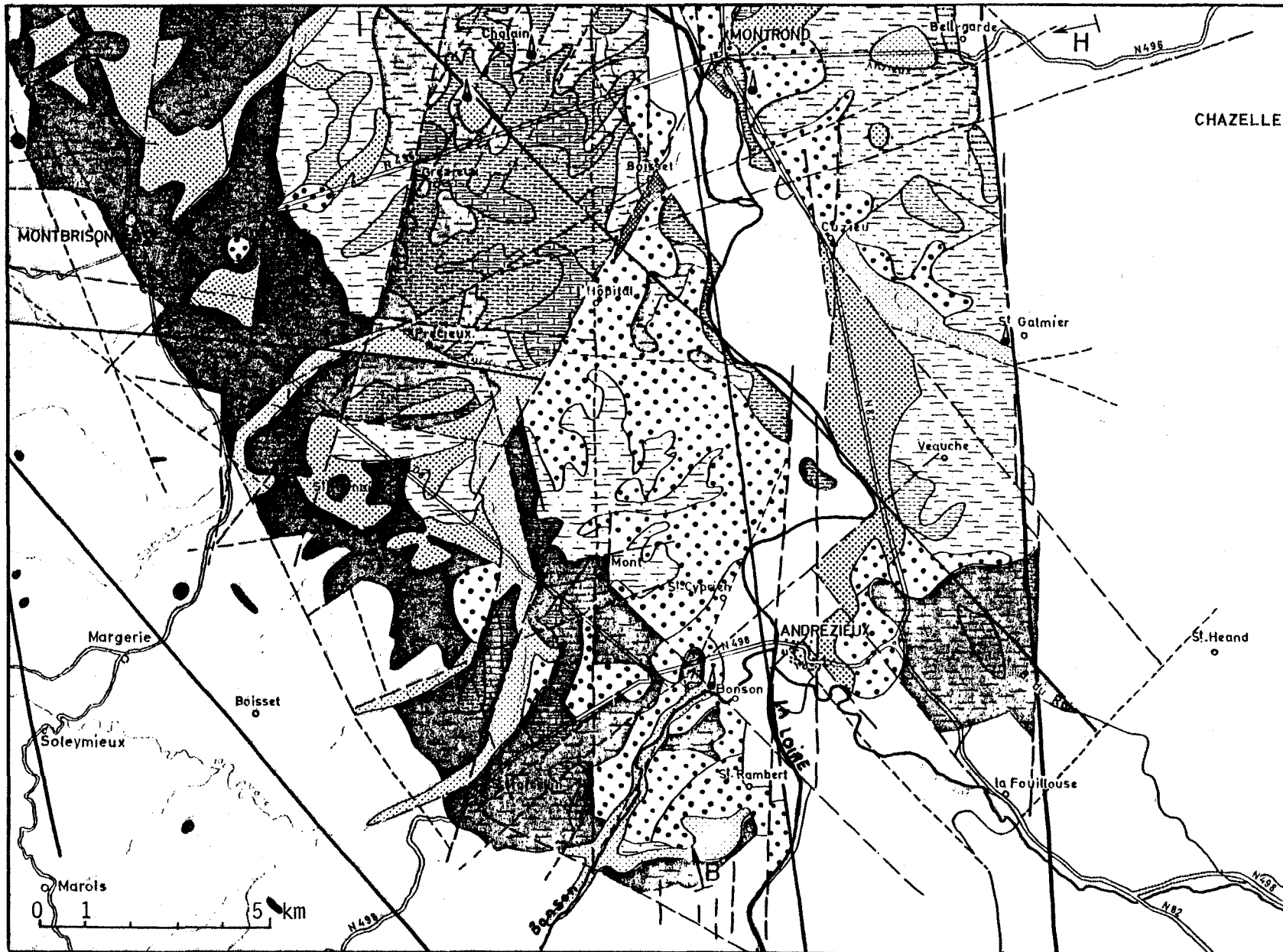
- les hautes terrasses d'alluvions anciennes qui peuvent atteindre la largeur de sept kilomètres, mais qui, en raison de l'importance des débits recherchés et de la qualité médiocre de ses matériaux graveleux, ne sont pas exploitées ;
- une basse terrasse d'alluvions récentes, d'étendue locale plus réduite (750 m environ) aux caractéristiques hydrogéologiques et extractives plus intéressantes ;
- une zone de divagation de la Loire qui parfois peut atteindre une centaine de mètres de largeur.

La figure 12, extraite de l'ouvrage de P. DUCLOS (1967), intègre ces terrasses dans le cadre géologique de la plaine.

PLAINE DU FOREZ

CARTE GEOLOGIQUE

Figure 12 - Carte géologique du Sud de la plaine du Forez (extrait de la carte de P. DUCLOS 1967)



LEGENDE

STRATIGRAPHIE

- Alluvions modernes
- Alluvions anciennes
- 4ème étage - Argiles et Marnes vertes
- 3ème étage - Sables quartziteux
- 2ème étage - Grès de Feucaigne
- 1er étage - Sables et argiles feldspathiques

- Stéphanien
- Formations du socle
- Basaltes et Pépérites

FACIES LITHOLOGIQUES

- Sables
- Terrasses sableuses
- Terrasses à galets sans Basaltes
- Terrasses à Basaltes (Quartz dominants)
- Terrasses avec Basaltes dominants
- Calcaires
- Marnes
- Argiles plastiques
- Argiles sableuses à tuiles du 1er étage
- Faciès de bordure
- Argiles Sableuses
- Grès
- Brèches

TECTONIQUE

- Grandes accidents majeurs
- Accidents importants
- Accidents mineurs

DIVERS

- Sondages Géologiques
- Coupes

* CHAPITRE II *
* LE PHENOMENE "GRAVIERES" *
* *****

Afin de bien situer le rôle du modèle hydrodynamique qui sera présenté ultérieurement, il nous a semblé utile de rappeler au lecteur les diverses incidences, sur les eaux souterraines, de l'ouverture d'une gravière dans une nappe alluviale.

Exploiter une gravière revient à enlever une formation alluviale une partie de ses matériaux. Cette intervention a des conséquences bénéfiques ou maléfiques dont l'impact s'exerce sur la souille elle-même ou sur son environnement.

Parmi les effets maléfiques vis-à-vis de l'environnement on peut citer : les modifications des profils d'équilibre hydrodynamique et l'accroissement de la vulnérabilité des nappes aquifères.

II.1 - MODIFICATION DES PROFILS D'EQUILIBRE HYDRODYNAMIQUE DES NAPPES AQUIFERES

Les extractions de matériaux graveleux effectuées dans le lit mineur d'une rivière provoqueront un abaissement de la ligne d'eau qui facilitera l'érosion régressive et menacera donc indirectement les ouvrages d'art jalonnant le cours d'eau (pont, digue...).

Corrélativement le toit de la nappe phréatique liée à la rivière subira un fort rabattement (surtout si l'écoulement de la nappe s'effectue parallèlement à celui de la rivière) risquant d'entraîner une diminution sensible des débits d'exploitation des puits d'alimentation en eau potable situés à proximité de la ballastière.

Lorsque les extractions de gravier sont effectuées dans le lit majeur, les effets hydrodynamiques sur le toit de la nappe phréatique seront les mêmes que précédemment. Ils conserveront à peu près la même intensité lorsque la gravière communiquera directement par une ouverture avec le cours d'eau (le maximum d'impact sera obtenu, cette fois, pour des écoulements de la nappe perpendiculaires à la rivière). Ils deviendront nettement moins intenses pour les souilles totalement

isolées du cours d'eau et dans lesquelles on n'effectuera aucun rabattement artificiel de nappe par pompage pour faciliter l'exploitation.

On remarque que la position de la souille vis-à-vis du sens d'écoulement de la nappe aquifère est un facteur très important. D'ailleurs on préconise parfois de réaliser les extractions avec la plus petite dimension située dans le sens de ce dernier. On pourra même mettre en place des seuils où l'on interdira carrément l'exploitation.

II.2 - ACCROISSEMENT DE LA VULNERABILITE DES NAPPES AQUIFERES

Dans le cas d'un puits d'alimentation en eau potable situé à proximité d'une rivière et alimenté par elle en période de grosses eaux : les matériaux alluvionnaires séparant le puits du cours d'eau assurent l'épuration des eaux. Il est évident que l'existence entre eux d'une balastière diminuera d'autant la capacité de filtration des alluvions.

D'une manière plus générale, on sait que les pollutions d'origine superficielle sont considérablement ralenties par le sol et la zone alluvionnaire supérieure, non saturée en eau. Dans ces derniers les phénomènes d'épuration sont très complexes (dispersion, diffusion, absorption, dégradation biologique...). Ces deux barrières une fois franchies, les pollutions d'origine superficielle atteignent la nappe aquifère. Leur sens de déplacement essentiellement vertical jusque là acquiert alors une composante horizontale prépondérante, située dans le sens d'écoulement de la nappe. Elles cheminent ainsi dans le sous-sol parfois très loin de leur source. On voit donc qu'exploiter une gravière revient à supprimer ces couches protectrices superficielles (sol + zone non saturée) qui exercent leur action épuratrice sur la plupart des éléments polluants si l'on excepte les hydrocarbures et les chlorures.

Parmi les effets bénéfiques vis-à-vis de l'environnement on peut citer : le stockage des eaux.

II.3 - STOCKAGE DES EAUX

Le comportement dans le temps d'une nappe phréatique est souvent déphasé par rapport à celui du (ou des) cours d'eau qui lui sont associés. Ces derniers en crues peuvent alimenter la nappe et inversement à l'étiage. Les gravières accroissent ce rôle d'équilibrage car remplacer des alluvions dont le coefficient d'emmagasinement est de 5 à 15 % par un plan d'eau doté d'un nouveau coefficient de 100 % revient à accroître les réserves de la nappe utilisées par les rivières (ou par des puits) aux périodes de basses eaux. Ceci permet également d'écrêter les ondes de crues en hiver.

On remarquera, comme précédemment, que la morphologie de la souille, sa position et ses relations avec la rivière et la nappe ne sont pas sans importance. On remarquera aussi que dans le cas d'une communication directe cours d'eau-gravière, le passage d'une partie des eaux de la rivière dans les souilles contribuera à leur épuration puisqu'elles fonctionnent alors comme autant de lagunages naturels.

Parmi les effets à autoimpact, on peut citer : l'autoévolution biochimique de l'eau.

II.4 - AUTOEVOLUTION BIOCHIMIQUE

Elle résulte d'une part de l'accroissement de l'aération des eaux de la gravière par rapport à celle de la nappe phréatique et d'autre part du développement, consécutif à l'ensoleillement, des microorganismes végétaux très avides de dioxyde de carbone indispensable au mécanisme de photo synthèse. Corrélativement ces phénomènes entraînent :

- une diminution du PH du milieu et donc un déplacement de l'équilibre des bicarbonates alcalinoterreux (Ca, Mg) qui précipitent alors que la dureté de l'eau diminue.
- une oxydation de l'ion ferreux qui précipite sous forme d'hydroxyde ferrique.

On enregistre naturellement une évolution saisonnière mais aussi une évolution à long terme en relation avec le vieillissement de

la souille : réduction microbienne des sulfates en hydrogène sulfureux en milieu de moins en moins oxydant.

Signalons ici que l'évaporation dont on a souvent craint les conséquences n'est plus considérée, à l'heure actuelle, comme un phénomène majeur. Sous climat tempéré, la plupart des auteurs sont d'accord pour considérer qu'elle reste sensiblement équivalente à l'évapotranspiration qui ne se produit plus.

Enfin, parmi les effets ayant un impact s'exerçant tantôt sur le milieu d'extraction tantôt sur son environnement, on peut citer : le colmatage.

II.5 - COLMATAGE

Dans le cas des exploitations de gravières situées dans le lit mineur, le transport des particules fines et des résidus de lavage par la rivière augmente le colmatage des rives du cours d'eau.

Dans le cas des exploitations localisées dans le lit majeur, l'accumulation des particules, entraînées par l'écoulement de la nappe (on préconise parfois d'exploiter les matériaux d'amont en aval) les éboulements des berges, les mélanges avec la terre végétale ainsi que la prolifération alguaire provoquent un colmatage discontinu du fond et des berges des souilles. On doit reconnaître qu'aujourd'hui encore, l'importance de ce colmatage, son évolution dans le temps ainsi que sa répartition dans les gravières sont autant de questions sur lesquelles on ne dispose que d'informations squelettiques. Or ce colmatage est un élément très important qui conditionne presque tous les effets énumérés ci-dessus.

II.6 - APPORT DES MODELES HYDRODYNAMIQUES DE LA BIBLIOTHEQUE ELFI

Comme l'indique le terme hydrodynamique, il ne sera pas question de traiter à l'aide de ces modèles les problèmes biologiques,

biochimiques ou hydrodispersifs. Par contre, l'utilisation d'un modèle hydrodynamique de nappe (bibliothèque ELFI) permet de répondre à de nombreuses questions posées par le responsable de l'aménagement de gravières en matière de quantité d'eau.

Un modèle hydrodynamique de nappe (bibliothèque ELFI) ne prend en compte que les écoulements souterrains dans le domaine considéré. Les relations entre les eaux superficielles et les eaux souterraines sont traduites dans notre cas en termes de "conditions aux limites" de type DIRICHLET s'il s'agit d'une hauteur d'eau imposée, de type NEUMANN s'il s'agit d'un débit d'échange fixé. On pourra, le cas échéant, utiliser un autre modèle hydrodynamique concernant les eaux superficielles et le "coupler" avec le modèle de nappe.

Ainsi, tous les paramètres susceptibles de modifier l'état de la nappe pourront être testés de façon quantitative :

- Influence de la géométrie des gravières ;
- Influence du stockage des eaux ;
- Influence du degré de colmatage des berges ;
- Sensibilité vis-à-vis des crues, etc...

L'utilisateur obtiendra naturellement, en sortie du modèle, la répartition des charges ou potentiels hydrodynamiques, mais en plus, après l'appel de tout programme de calcul de la bibliothèque ELFI, il disposera du tenseur "vitesse d'écoulement" de la nappe, ainsi que les débits d'échange entre la nappe et les éventuels plans et cours d'eau.

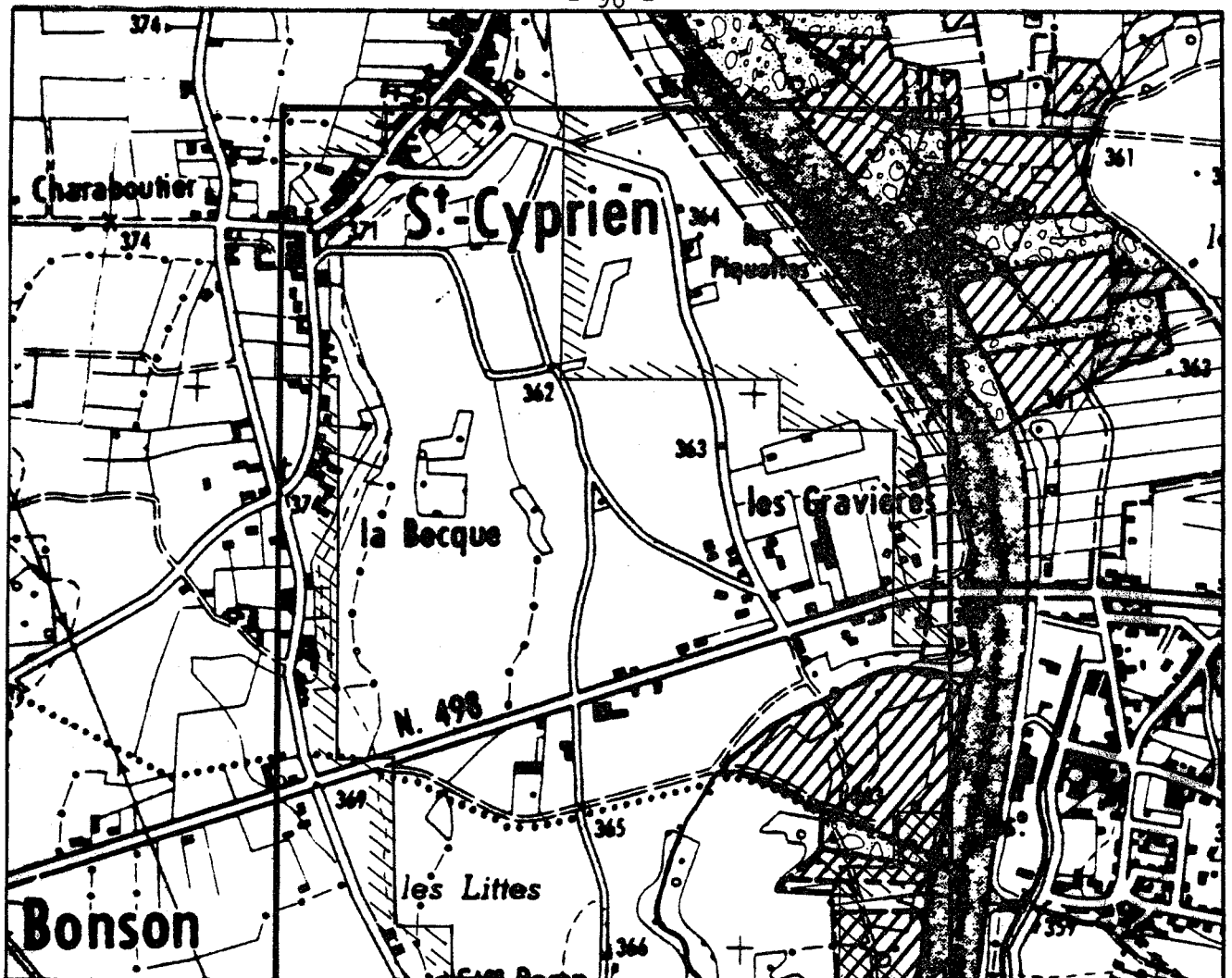
* CHAPITRE III *
* ETUDE PAR MODELE HYDRODYNAMIQUE DES *
* GRAVIERES DE BONSON *

Cette étude ne répond pas à une demande précise, formulée à l'occasion de l'élaboration d'un projet d'exploitation ou d'aménagement de la zone concernée. Par contre, en tant qu'exemple, elle permet de montrer l'intérêt des modèles hydrodynamiques, en particulier, ceux présentés dans la première partie (bibliothèque ELFI), vis-à-vis des problèmes rencontrés dans un secteur, soumis à d'importantes modifications par l'homme des paramètres (géométriques, hydrodynamiques) qui conditionnent l'écoulement de la nappe, exploitée, entre autres pour les besoins de l'alimentation en eau potable des communes riveraines.

III.1 - HISTORIQUE SOMMAIRE DES ETUDES ET DES TRAVAUX DE RECONNAISSANCE

"En 1965, la commune de BONSON était alimentée en eau potable par un puits implanté, dans les alluvions de la rivière BONSON, peu avant son confluent avec la LOIRE (figure 13). Ce puits dont les caractéristiques hydrauliques étaient particulièrement favorables pour la plaine du FOREZ, pouvait débiter jusqu'à 100 m³/h. A cette même époque, une étude hydrogéologique, destinée à rechercher un secteur favorable permettant de compléter l'alimentation de la zone industrielle d'ANDREZIEUX-BOUTHEON, fut effectuée par la CPGF (Compagnie de Prospection Géophysique Française).






Cette étude comportait l'établissement d'une carte piézométrique et hydrotimétrique ainsi qu'une prospection géophysique par le procédé de résistivité électrique, alentour du puits de BONSON,



1^{er} Hypothèse

Approvisionnement 1981

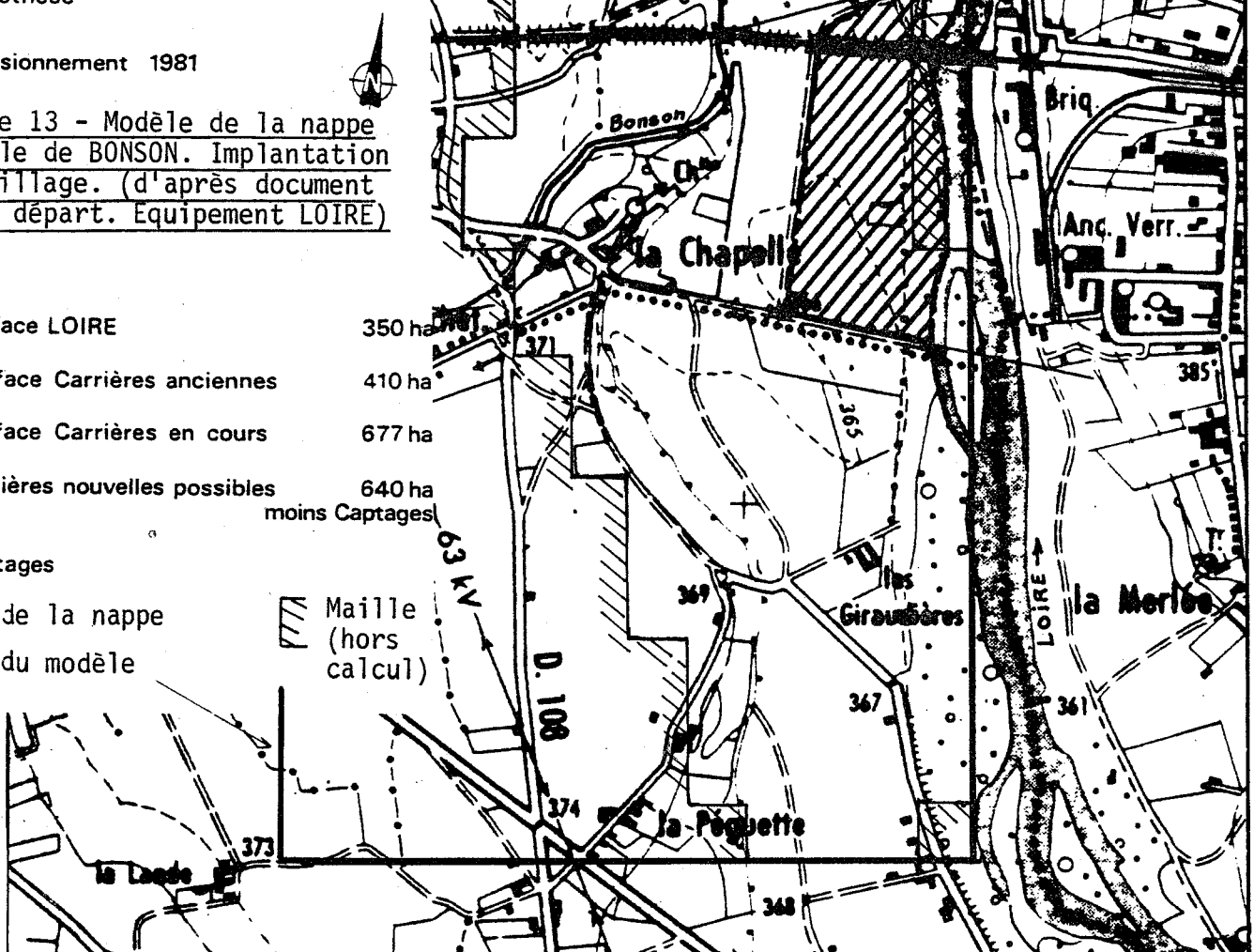
Figure 13 - Modèle de la nappe alluviale de BONSON. Implantation du maillage. (d'après document Direct. départ. Equipement LOIRE)

-  Surface LOIRE
-  Surface Carrières anciennes
-  Surface Carrières en cours
-  Carrières nouvelles possibles
-  Captages

350 ha
410 ha
677 ha
640 ha
moins Captages

Limites de la nappe
Limites du modèle

Maille
(hors calcul)



en bordure de la LOIRE entre SAINT-RAMBERT-SUR-LOIRE au Sud et SAINT-CYPRIEN au Nord. Elle permet donc de connaître la morphologie de la nappe phréatique dans le secteur à une période voisine de l'étiage puisque les mesures ont été effectuées en juillet et août 1965.

Depuis 1965, d'autres puits ont été implantés à proximité immédiate du premier (moins de 100 m). L'ensemble des débits maxima obtenus actuellement reste cependant équivalent au débit initial ($100 \text{ m}^3/\text{h}$). Chaque puits pris individuellement est donc devenu moins productif car la zone qui les sépare de la LOIRE a été partiellement exploitée en gravières".

Cet extrait d'un article de Ph. DAVOINE (1979) décrit le cadre hydrogéologique pour lequel nous nous proposons de réaliser un modèle hydrodynamique de nappe.

Sur la zone étudiée, nous avons pu rassembler les données suivantes :

Etude CPGF 1965

- une carte piézométrique (échelle 1/10000)
- une carte hydrotimétrique (échelle 1/10000)
- seize profils de résistivité résultant de la campagne géophysique interprétés à partir de sondages mécaniques (dont huit réalisés au cours de la campagne)
- onze essais de débits sur des ouvrages distincts.

Direction départementale de l'Equipement (LOIRE)

- une carte topographique (échelle 1/10000) représentant les prévisions des surfaces de gravières exploitées ou exploitables en 1981 ;
- les documents relatifs au projet d'aménagement d'un plan d'eau à BONSON, après l'exploitation des gravières ;
- des observations hydrométriques journalières sur cinq années (1976 à 1980) à la station d'ANDREZIEUX, sur la LOIRE à la limite aval de la zone modélisée.

Travaux réalisés lors de stages sur le terrain (Ecole Nationale Supérieure des Mines de SAINT-ETIENNE)

- de quelques mesures de débit du BONSON en différents points du domaine étudié (fin mai 1980).

L'ensemble de ces données a servi à la réalisation de plusieurs modèles hydrodynamiques de nappe de types différents (dans le cadre de travaux personnels d'élèves de l'E. N. S. des Mines de SAINT-ETIENNE).

- modèle analogique utilisant le papier conducteur ;
- modèle numérique utilisant la méthode des différences finies.

Notre étude se situe donc en aval de ces travaux. Elle se limite à l'utilisation de modèles mathématiques utilisant la méthode des éléments finis.

III.2 - SIMULATIONS EFFECTUEES

La première phase est celle du calage des modèles où l'on rassemble toutes les données hydrogéologiques et où l'on cherche à restituer par le calcul une situation piézométrique connue.

III.2.1 - Analyse des données

La définition de l'étendue du domaine à modéliser résulte de l'analyse des données géologiques et hydrodynamiques :

a. Structure de l'aquifère : le réservoir est constitué par les alluvions de la LOIRE et de son affluent BONSON reposant sur le substratum marneux considéré imperméable.

b. Type de l'écoulement : L'écoulement dans l'aquifère est à surface libre et bidimensionnel plan. En effet il n'existe pas de façon significative, d'éponte supérieure qui puisse rendre l'écoulement captif. L'inclinaison d'ensemble du substratum imperméable est faible ainsi que celle de la surface libre de la nappe. Toutefois pour tenir

compte des irrégularités du substratum, la transmissivité du milieu reste fonction de la hauteur mouillée (hauteur piézométrique - cote du substratum) et de la perméabilité du milieu.

c. Paramètres structuraux

La transmissivité est connue par des valeurs ponctuelles suite à l'interprétation de pompages d'essai. De plus, il existe une certaine corrélation entre la transmissivité et : d'une part l'épaisseur mouillée, d'autre part les résultats de l'analyse hydrotimétrique.

Le coefficient d'emmagasinement est seulement évalué en deux points. On peut l'estimer à quelques pourcents (entre 6 et 10 %) et le supposer homogène en première approximation.

d. Limites, conditions aux limites et conditions internes

Le domaine aquifère a représenté par le modèle s'étend sur une longueur de 3,5 km environ et une largeur maximum de 1,3 km, avec pour limites naturelles (voir figure 13) :

- La LOIRE à l'Est,
- La limite entre les terrasses d'alluvions anciennes et celles d'alluvions récentes à l'Ouest.

La première limite (la LOIRE) constitue le niveau de base vers lequel s'écoule la nappe ; la seconde correspond à la zone d'alimentation de la nappe à partir des terrasses supérieures. Sur ces limites ont été appliquées des conditions de charge imposée.

Une telle condition a été introduite dans un premier temps le long du trajet de la rivière BONSON qui traverse le domaine d'étude. Par la suite, cette condition de charge imposée a été remplacée par une condition de débit imposé, en comparant la répartition des débits d'échange entre la nappe et la rivière effectivement mesurée sur le terrain et celle calculée lors de la première simulation.

Une autre condition, ponctuelle cette fois, traduit les prélèvements dans le puits d'alimentation en eau de la commune de BONSON.

e. Choix des caractéristiques du modèle

Le type de l'écoulement est bidimensionnel plan à surface libre, on peut donc le représenter par un modèle monocouche à transmission fonction de la charge. Les programmes APPEL2 (régime permanent) et TRANS2 (régime transitoire) décrits au chapitre V, répondent à ces exigences.

Le domaine d'étude est inscrit dans un rectangle de 3,2 km de longueur orienté N-S sur 1,2 km de largeur. Le maillage régulier de discrétisation est constitué de mailles carrées de côté 100 m. La géométrie de la nappe a été définie à l'aide de la partie "centrale" du domaine, les mailles "hors nappe" étant affectées d'une perméabilité infinitésimale (10^{-21} m/s) et isolées du reste du modèle par une frontière de conditions de charge imposée (figure 13).

f. Problèmes posés

Les configurations suivantes ont été examinées. Elles intègrent les données réelles fournies par les études antérieures :

1 - Calage en régime permanent sur la situation piézométrique d'étiage (C.P.G.F. 1965 - sans exploitation de gravières);

2 - Simulation en régime permanent incluant l'exploitation de gravières en communication directe avec la LOIRE (berges des gravières colmatées ou dans leur état initial) ;

3 - Simulation (en régime transitoire) de l'influence d'une crue de la LOIRE (configuration sans gravières) ;

4 - Calage d'un modèle tridimensionnel en régime permanent sur la même situation piézométrique que le modèle bidimensionnel.

L'opération de calage est la partie la plus importante de l'étude. La valeur des résultats que l'on peut espérer obtenir à l'aide du modèle dépend essentiellement de la qualité de cette première étape.

III.2.2 - Calage du modèle en régime permanent

Les principales phases de la démarche de calage du modèle ont été les suivantes :

- une première simulation a intégré le maximum de données disponibles et permis d'en apprécier la cohérence ;

- plusieurs simulations dans lesquelles on a modifié par tâtonnement la répartition des perméabilités en vue d'aboutir à la reproduction de la piézométrie de référence et d'évaluer l'influence de ce paramètre sur la précision de la solution recherchée ;

- une dernière simulation dans laquelle on a substitué sur le trajet de la rivière BONSON des conditions de débit d'échange fixé à celles de charge imposée.

Au terme de ce calage le modèle a permis d'obtenir une carte de répartition de perméabilités pour l'ensemble du domaine, cohérente avec la situation piézométrique de référence et la distribution des débits. Cette carte est par ailleurs en bonne concordance avec les résultats de l'étude C. P. G. F. 1965. On remarquera que le puits d'alimentation en eau de la commune de BONSON est effectivement implanté dans la zone la plus favorable (figure 14b).

On aurait pu améliorer encore la finesse de représentation du modèle et sans doute faciliter l'opération de calage en utilisant un réseau irrégulier plus adaptable à la géométrie de l'aquifère (en particulier au trajet des cours d'eau). Mais, d'une part, ne disposant pas, au début de l'étude, d'un outil d'introduction des données et surtout de représentation graphique adapté à ce type de maillage, cette étape de test de modèle, fondamentale pour les étapes suivantes aurait été retardée. D'autre part, dans le contexte de cette étude, la qualité du calage obtenu est largement suffisante en regard de la précision de certaines données et des résultats escomptés.

Si, pour une raison particulière, une précision meilleure était demandée, il suffirait d'utiliser un maillage plus adapté à la géométrie du système. Encore faudrait-il améliorer parallèlement la connaissance de certaines variables (le modèle au cours de son éla-

boration met en évidence les parties du domaine où cette connaissance est réduite sinon insuffisante).

Ainsi, après cette première phase de calage, le modèle mis au point constitue déjà un résultat utilisable pour réaliser de nouvelles simulations (autres que celle ayant servi de référence au calage). Il représente également un outil de vérification de la cohérence et de la qualité des données disponibles qui servira de guide à d'éventuelles campagnes de mesures complémentaires en vue de recueillir les données suffisantes à la caractérisation des écoulements.

Les principaux résultats du calage sont représentés sous forme graphique (figures 14 à 17). La page suivante présente une photocopie partielle des données et des résultats numériques du modèle.

III.2.3 - Utilisations du modèle

Dès lors, le modèle précédent peut servir de base à la simulation de différents phénomènes affectant l'écoulement de la nappe.

Une première utilisation concerne l'influence de l'exploitation des gravières.

a. Influence de l'exploitation des gravières

Par rapport à la configuration de calage, les modifications sont les suivantes :

- au droit des exploitations, les conditions de charges fixées le long du trajet de la LOIRE ont été remplacées par des conditions semblables correspondant aux plans d'eau dans les gravières ;

- les conditions de débit d'échange imposé le long du trajet BONSON ont été remplacées par des conditions de charges fixées correspondant à sa nouvelle ligne d'eau. En effet, dans la nouvelle configuration étudiée, cette rivière s'interpose entre le puits d'alimentation en eau de la commune de BONSON et les gravières (figure 18). Elle joue le rôle d'une barrière de potentiel.

Extrait du "listing", suite de l'appel du programme APPEL2

"Données"

BONSUN

M= 33 N= 13 ISOI= 2 DT= 0.00000E+00 EPS= 0.001000 NITER= 100

I	X	Y	TRANS	COND	Z SUBST.	Q	DIRICH.	PHI
	(M)	(M)	(M2/S)	(M/S)	(M)	(M3/S)		(M)
1	0.0	0.0	0.100E-20	0.100E-20	0.00	0.000E+00	-1.	362.59
2	100.0	0.0	0.400E-01	0.100E-01	359.40	0.000E+00	1.	363.40
3	200.0	0.0	0.400E-01	0.100E-01	359.40	0.000E+00	1.	363.40
4	300.0	0.0	0.800E-01	0.100E-01	355.50	0.000E+00	1.	363.50
5	400.0	0.0	0.800E-01	0.100E-01	355.50	0.000E+00	1.	363.50
6	500.0	0.0	0.800E-01	0.100E-01	355.60	0.000E+00	1.	363.60
7	600.0	0.0	0.100E-20	0.100E-20	0.00	0.000E+00	-1.	362.59
8	700.0	0.0	0.100E-20	0.100E-20	0.00	0.000E+00	-1.	362.59
9	800.0	0.0	0.100E-20	0.100E-20	0.00	0.000E+00	-1.	362.59
10	900.0	0.0	0.100E-20	0.100E-20	0.00	0.000E+00	-1.	362.59
11	1000.0	0.0	0.100E-20	0.100E-20	0.00	0.000E+00	-1.	362.59
12	1100.0	0.0	0.100E-20	0.100E-20	0.00	0.000E+00	-1.	362.59
13	1200.0	0.0	0.100E-20	0.100E-20	0.00	0.000E+00	-1.	362.59
14	1300.0	0.0	0.100E-20	0.100E-20	0.00	0.000E+00	-1.	362.59
15	1400.0	0.0	0.100E-20	0.100E-20	0.00	0.000E+00	-1.	362.59
16	1500.0	0.0	0.100E-20	0.100E-20	0.00	0.000E+00	-1.	362.59

BONSUN

"Résultats"

CORRECTION TRANSMISSIVITE MAXI : 1.39 POUR CENT

POTENTIELS EN REGIME PERMANENT

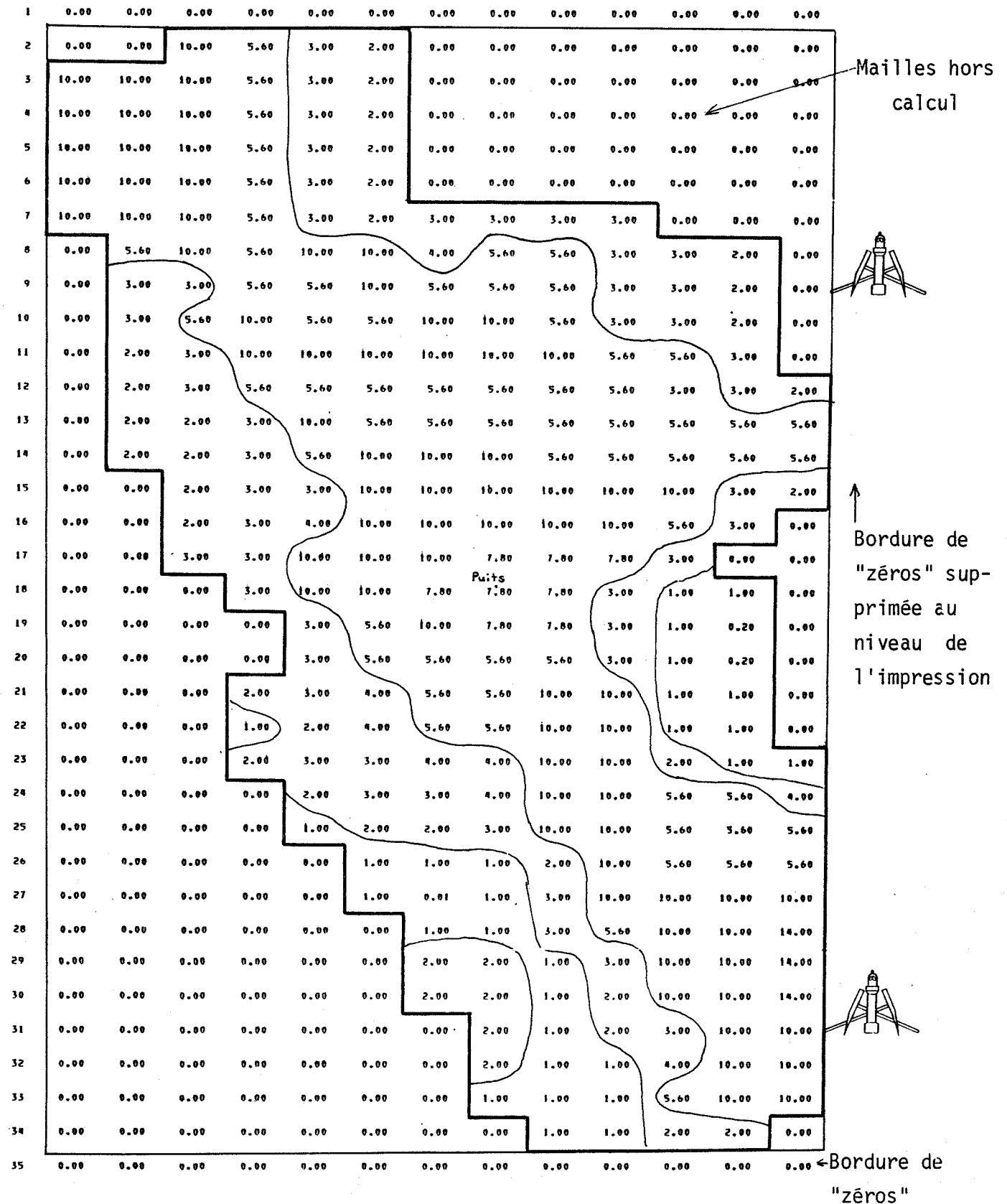
KSOL = 0 EPS= 0.000737 NITER= 1

I	PHI	VX	VY	GX	GY	Q
	(M)	(M/S)	(M/S)			(M3/S)
1	363.358	-0.711E-05	0.189E-04	0.326E-03	-0.914E-03	0.000E+00
2	363.400	-0.842E-05	0.338E-04	0.245E-03	-0.894E-03	0.411E-02
3	363.400	-0.369E-04	0.493E-04	0.544E-03	-0.804E-03	0.677E-04
4	363.500	-0.481E-04	0.632E-04	0.605E-03	-0.781E-03	0.120E-01
5	363.500	-0.900E-04	-0.132E-04	0.108E-02	0.174E-03	-0.196E-02
6	363.600	-0.976E-04	-0.656E-04	0.161E-02	0.106E+02	-0.725E-02
7	363.783	-0.182E-04	-0.251E-04	0.327E-03	0.782E-03	0.000E+00
8	363.798	-0.623E-06	0.434E-07	0.779E-04	-0.115E-04	0.000E+00
9	363.807	-0.447E-05	0.287E-06	0.615E-03	0.108E-04	0.000E+00
10	363.882	-0.868E-06	-0.424E-06	0.326E-03	0.101E-03	0.000E+00
11	363.905	-0.526E-06	0.494E-06	0.200E-03	-0.173E-03	0.000E+00
12	363.942	-0.681E-05	0.384E-06	0.170E-02	0.157E-05	0.000E+00
13	364.114	-0.409E-05	-0.141E-05	0.329E-02	0.308E-03	0.000E+00
14	364.604	-0.653E-23	0.190E-24	0.653E-02	-0.190E-03	0.000E+00
15	365.249	-0.508E-23	-0.973E-24	0.508E-02	0.973E-03	0.000E+00
16	365.693	-0.300E-23	-0.669E-24	0.300E-02	0.669E-03	0.000E+00

Figure 14 a

Extrait du "listing", suite de l'appel du programme HDMINØ

VARIABLE : P



Nous pouvons distinguer trois zones de perméabilités sensiblement différentes.

Figure 14b- Modèle de la nappe alluviale de BONSON
Répartition des perméabilités. (exprimées en 10^{-3} m/s)

BONSON

Piézométrie calculée (en m)

----	358.000
----	359.000
----	360.000
----	361.000
----	362.000
----	363.000
----	364.000
----	365.000
----	366.000
----	367.000
----	368.000
----	369.000

Piézométrie de référence
(relevé C.P.G.F. 1965)

---363---



Limite de la nappe
(conditions de potentiel imposé).

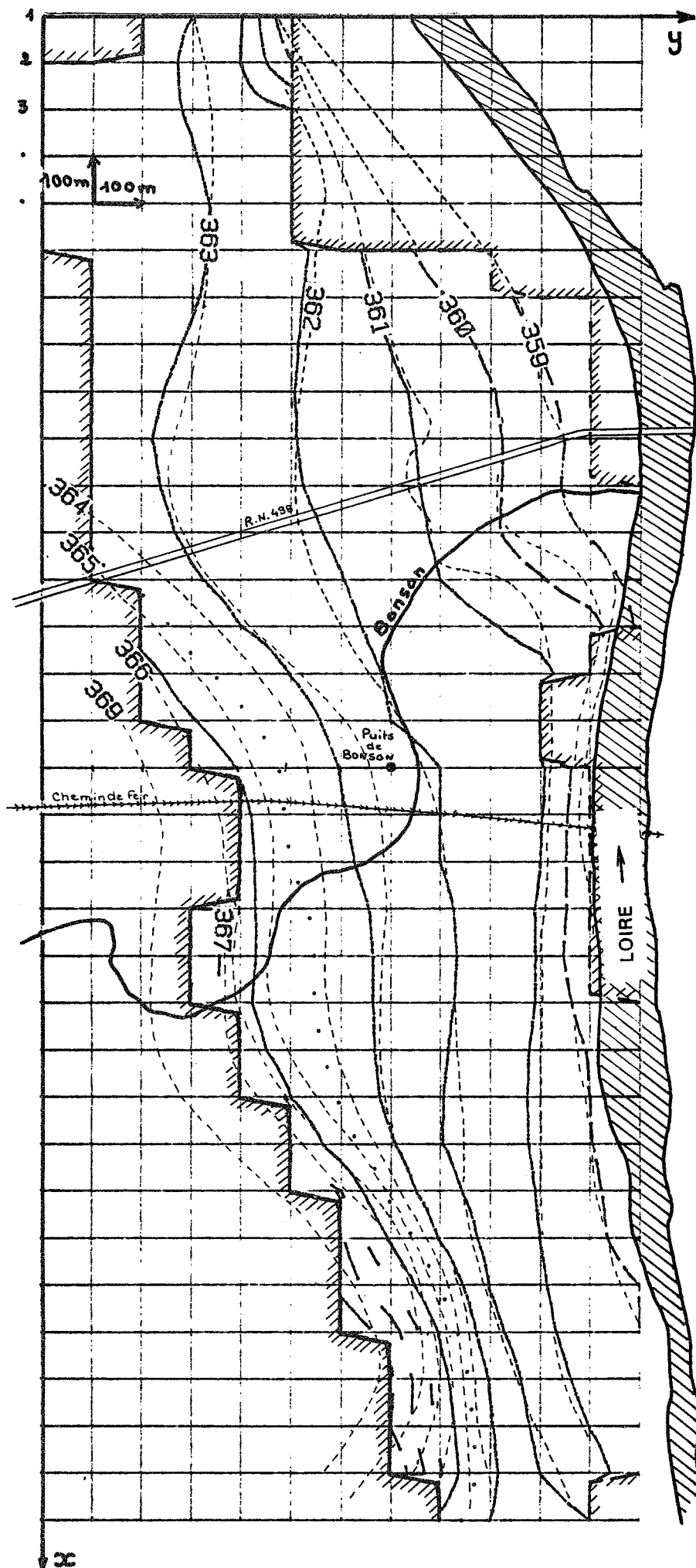
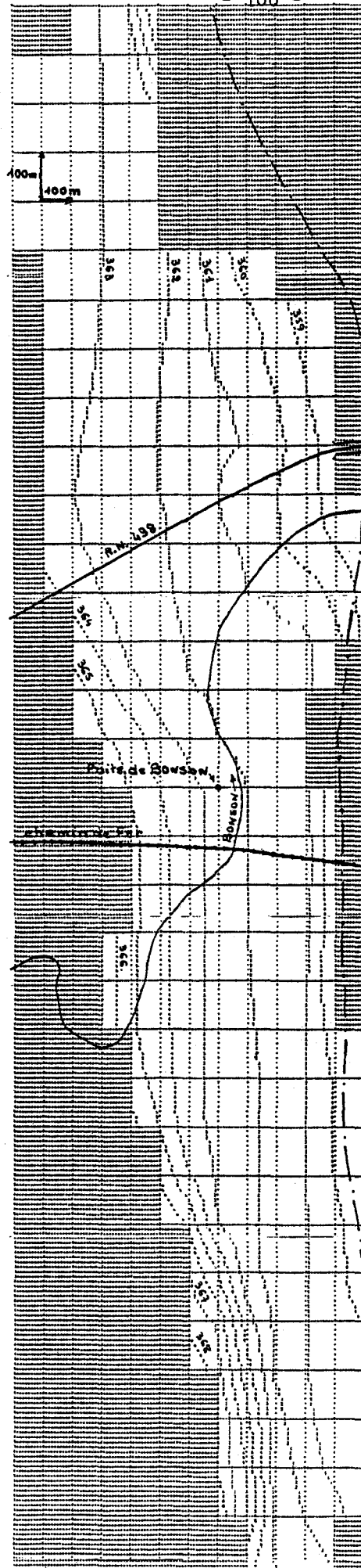


Figure 15 - Modèle de la nappe
alluviale de BONSON
surface piézométrique (calage)
Dessin sur table traçante

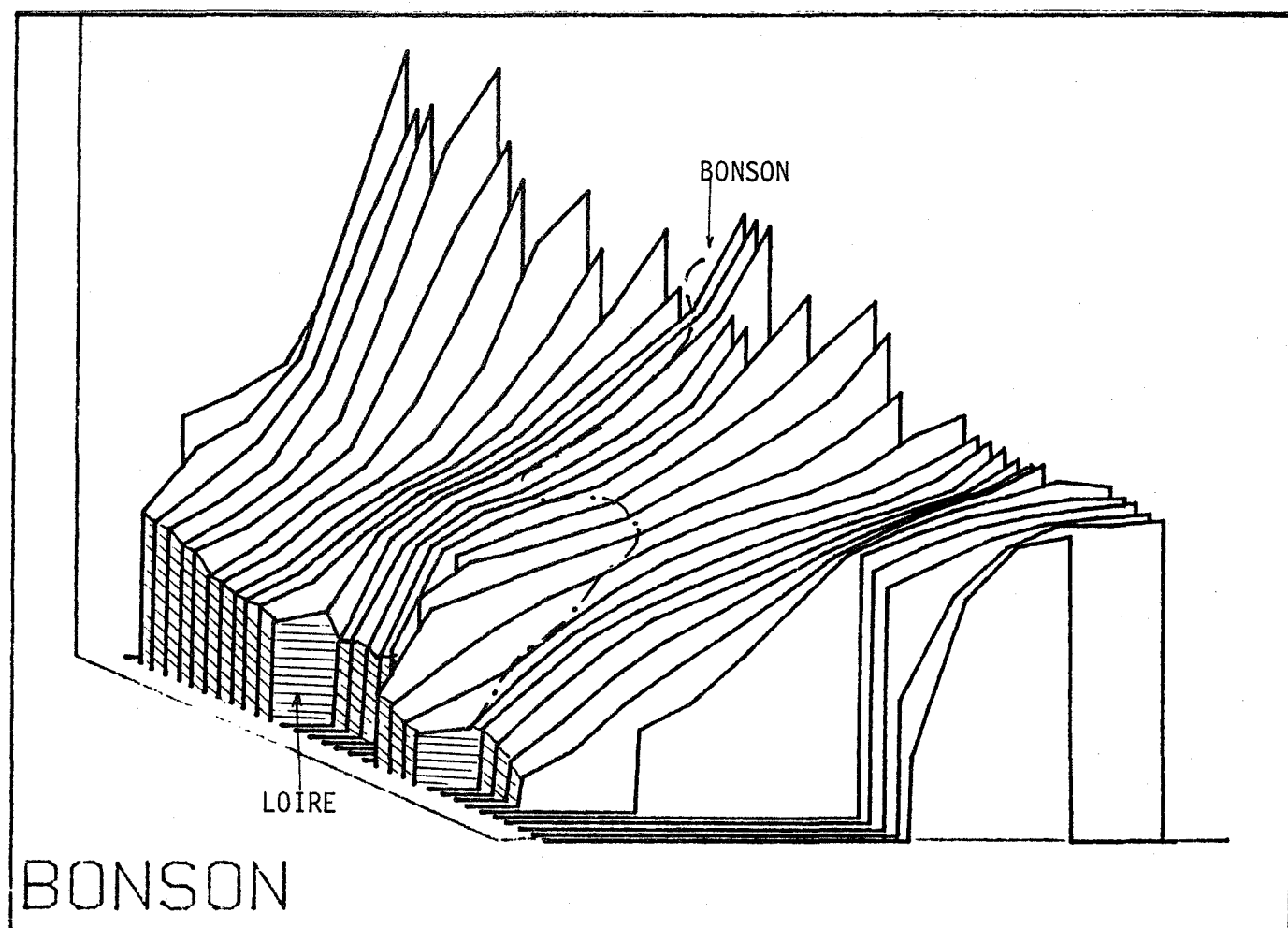
N.B. : Les hauteurs piézométriques sont mesurées par rapport au niveau de la mer.



Chaque courbe est constituée d'une suite de caractères (le chiffre des unités de la hauteur piézométrique).

La nappe alluviale est comprise dans la partie claire du dessin. (limitée par des mailles noircies).

Figure 16 - Modèle de la nappe alluviale de BONSON
Surface piézométrique
(calage)
Dessin sur imprimante



Pour les mailles "hors calcul", la hauteur piézométrique est figurée par le niveau de base du volume.

Figure 17 - Modèle de la nappe alluviale de BONSON
Bloc diagramme d'après la piézométrie à l'étiage (calage)

La modification fondamentale du système résulte essentiellement de la nouvelle répartition des débits d'échange entre la nappe ou les gravières. Or ces débits d'échange dépendent directement du degré de colmatage des berges des exploitations. Ce paramètre étant inconnu à ce stade de l'étude, nous avons simulé les situations correspondant à deux hypothèses extrêmes :

- dans la première hypothèse le degré de colmatage est minimum. La répartition des perméabilités le long des berges des gravières est maintenue égale à celle des terrains lors de la phase de calage.

- dans la seconde le degré de colmatage des berges est tel que les perméabilités affectées aux noeuds placés sur les limites des gravières soient égales aux valeurs les plus faibles rencontrées dans les zones déjà colmatées naturellement dans la configuration de calage.

La répartition des charges dans les deux simulations sont pratiquement identiques étant données la proximité des deux frontières à condition de charges imposées (la rivière BONSON et la limite ouest de gravières) (figure 18). Pour la seconde hypothèse les débits d'échange entre la rivière et les gravières au travers de la nappe sont en moyenne inférieurs de 25 % par rapport aux valeurs déterminées par la première simulation (les perméabilités de l'ordre de 8.10^{-2} m/s dans la première hypothèse ont été réduites à la valeur 1.10^{-2} m/s).


Nous constatons qu'à l'aide d'un modèle convenablement calé, connaissant le profil en long de la rivière et le degré de colmatage des berges des gravières ; il est possible d'accéder aux divers débits d'échange existant entre la rivière, la nappe et les exploitations. On quantifie ensuite l'impact sur la piézométrie (en particulier celle alentour du puits en exploitation) de l'extension de l'emprise des gravières sur la nappe d'alluvions.

Notons que dans le projet d'aménagement de ces ballastières en plan d'eau utilisé pour les loisirs, il est envisagé de colmater certaines berges afin de maintenir une hauteur d'eau suffisante pendant la période d'étiage de la LOIRE (période qui naturellement correspond à l'utilisation maximum du plan d'eau prévu).

BONSON

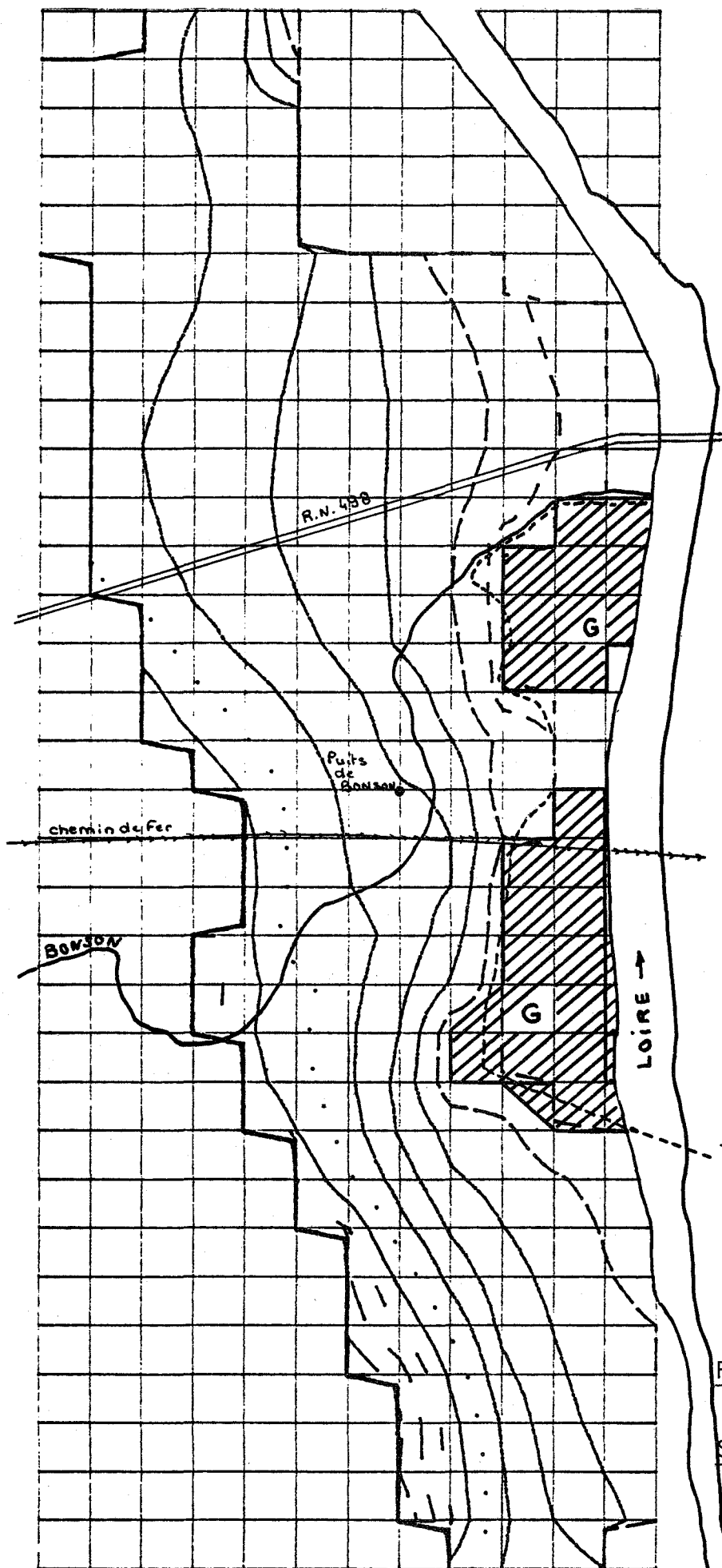
Piézométrie calculée (en m)

----	358.000
----	359.000
----	360.000
=====	361.000
=====	362.000
=====	363.000
.....	364.000
=====	365.000
----	366.000
----	367.000
=====	368.000
-----	369.000

 Surface représentant le plan d'eau dans les gravières

--- limites réelles des exploitations

Figure 18 - Modèle de la nappe alluviale de BONSON
Surface piézométrique après l'exploitation des gravières



La rivière BONSON, située à l'amont, assurera alors le rôle de drain vis-à-vis de l'écoulement de la nappe qui viendrait "buter" sur ce barrage artificiel.

b. Simulation d'une crue de la LOIRE

Le modèle, calé en régime permanent sur une situation d'étiage, a été testé également en régime transitoire (programme TRANS2). Nous avons choisi de simuler le passage d'une crue de la LOIRE correspondant à une crue réelle simple, enregistrée les 10 et 11 novembre 1976.

Nous avons supposé que cette crue correspondait à des précipitations affectant uniquement le bassin d'alimentation de la LOIRE en amont du domaine modélisé. Seules les conditions de charge fixée le long du fleuve ont donc été modifiées. Celles du BONSON sont restées inchangées.

La figure 19 illustre la modification de la piézométrie à la suite du premier pas de temps, correspondant à la mise à niveau de notre système sur la côte de démarrage de la crue (augmentation du niveau moyen de la LOIRE de 1,50 m par rapport à la situation d'étiage). Les autres pas de temps d'une durée cumulée de 24 heures ont consisté à accroître puis à décroître progressivement (selon les observations hydrométriques enregistrées à la station d'ANDREZIEUX) les hauteurs de la ligne d'eau sur le trajet de la LOIRE. Ils ont permis de mettre en évidence le rôle d'emménagement des alluvions, se traduisant par un retard à la baisse de la nappe eu égard à celle de la LOIRE.

c. Calage d'un modèle tridimensionnel

Bien que le domaine d'étude soit correctement décrit par un modèle monocouche, l'ensemble des données mises en oeuvre pour l'élaboration du modèle précédent a été utilisé pour constituer un modèle tridimensionnel de nappe libre (programme NAPLI3).

Le maillage régulier bidimensionnel horizontal utilisé lors de la simulation précédente a servi de canevas de base pour le maillage tridimensionnel. Ainsi, à partir de chaque noeud du maillage à deux dimensions a été élevée une ligne verticale sur laquelle on a

BONSON

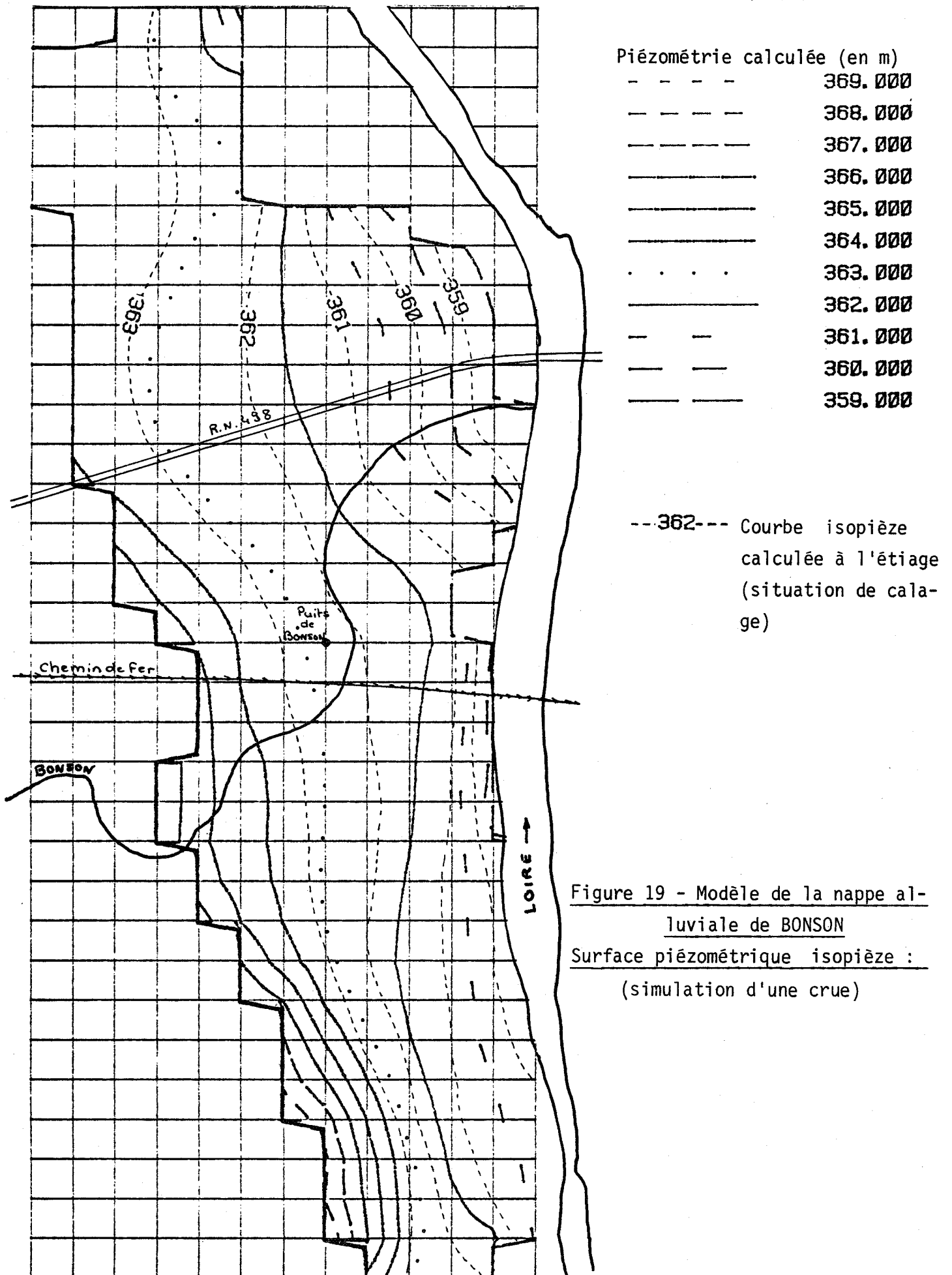


Figure 19 - Modèle de la nappe alluviale de BONSON
Surface piézométrique isopièze :
(simulation d'une crue)

placé de nouveaux noeuds de façon à différencier la lithostratigraphie des alluvions récentes.

La figure 20 présente sur un exemple le schéma de discrétisation du domaine à partir des résultats obtenus par la prospection électrique.

Un maillage compte ainsi 1296 noeuds. Sur chaque colonne verticale, les perméabilités ont été affectées (valeur p_1 pour les deux points inférieurs, valeur p_2 pour les deux points supérieurs). Dans les mailles construites par le programme NAPLI3, les valeurs des perméabilités seront soit p_1 , soit p_2 , soit une combinaison linéaire de p_1 et p_2 dans la zone de transition réduite au minimum dans notre cas (1).

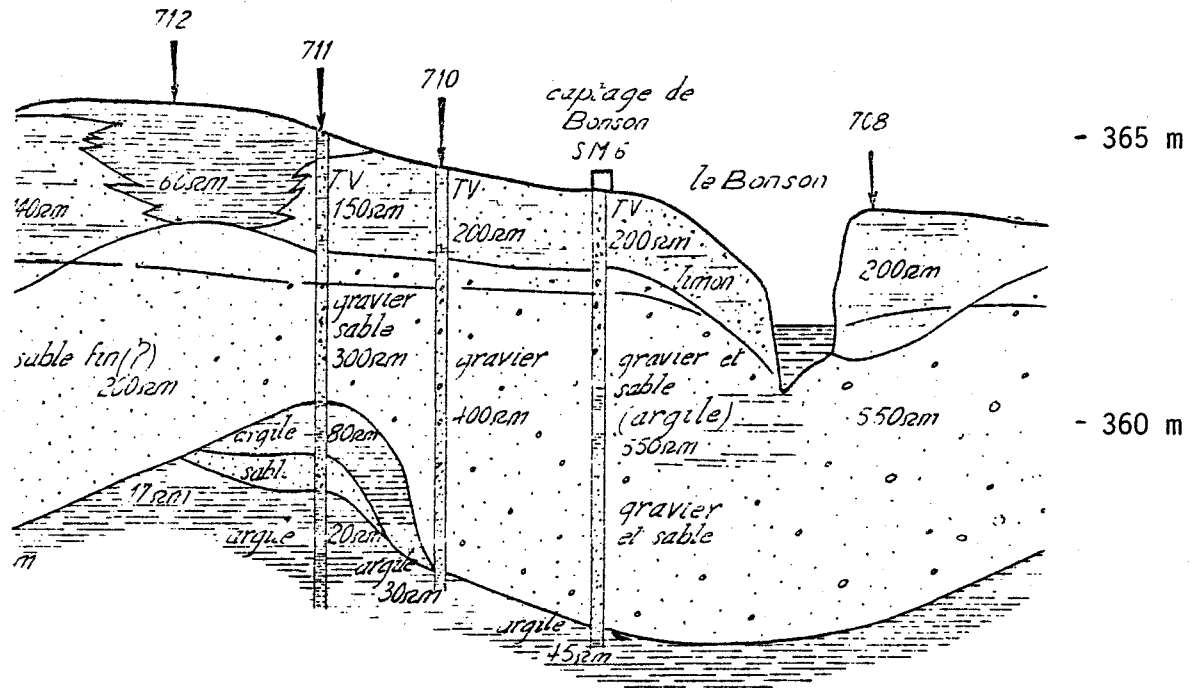
Le calage du modèle tridimensionnel a été, dans notre cas particulier, de moins bonne qualité que celui présenté précédemment. En effet, à précision identique il nécessite une connaissance, à la fois plus nombreuse et de qualité supérieure, de paramètres hydrodynamiques des formations alluvionnaires. En outre, l'augmentation du temps de calcul ordinateur entraînée par la résolution de ce nouveau système plus volumineux est importante (le maillage contient 1296 noeuds, le système linéaire obtenu dans le programme de calcul est décrit par une matrice carrée 1296 x 1296 ! Heureusement cette matrice symétrique n'est composée que de 19 diagonales de valeurs non nulles systématiquement. Je renvoie le lecteur à l'annexe 3 pour obtenir des précisions supplémentaires sur les difficultés rencontrées lors de la résolution de tels systèmes).

d. Conclusions sur l'utilisation des modèles de la bibliothèque ELFI, dans le cas de nappes en milieu poreux.

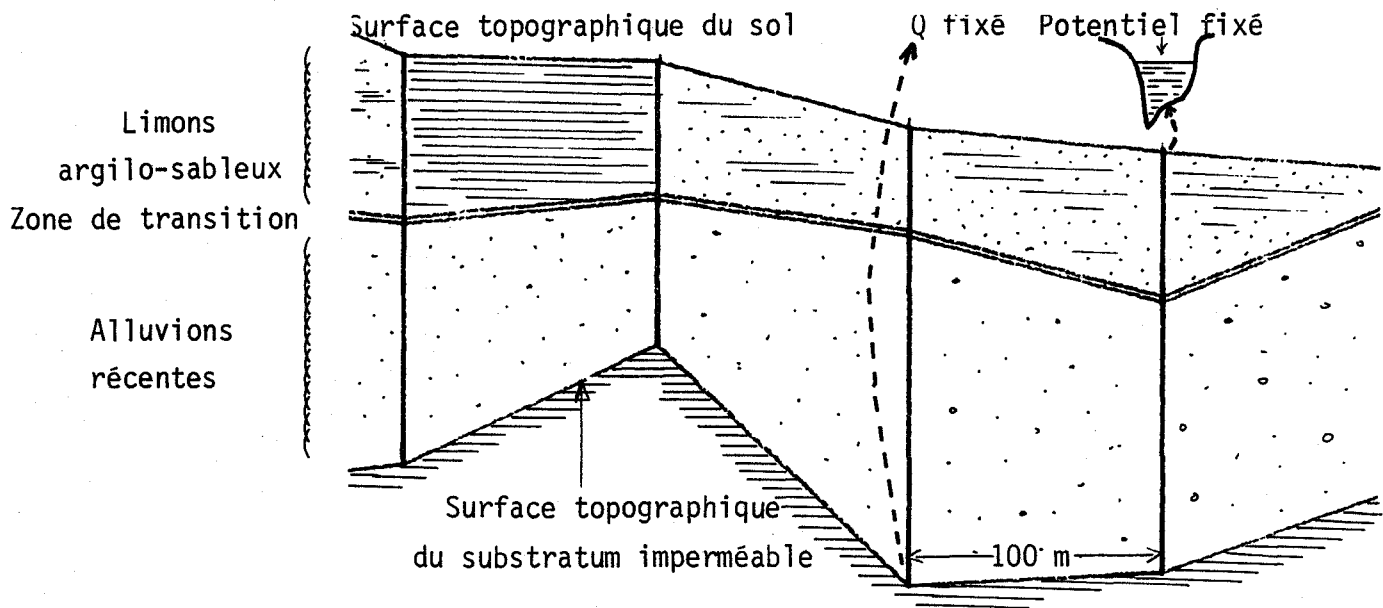
De nombreux programmes ou bibliothèques de programmes ((1) page suivante) (utilisant essentiellement la méthode des différences finies) traitent déjà les cas suivants :

(1) voir annexe 4

Interprétation lithostratigraphique d'un profil de résistivité
(profil 7 campagne C.P.G.F. 1965)



Maillage introduit



Dans le cas présenté le maillage tridimensionnel est constitué par une série de coupes verticales analogues à celle ci-dessus.

Figure 20 - Modèle de la nappe alluviale de BONSON
Constitution du maillage tridimensionnel

- systèmes hétérogènes bidimensionnels (monocouches libres ou captifs) ;
- systèmes multicouches (éventuellement multicouches à nappe libre) ;
- systèmes tridimensionnels (nécessaires dès que "les écoulements présentent des vitesses qui ne peuvent être décrites correctement que par une représentation à trois composantes" M. BONNET, 1978).

La bibliothèque ELFI les complète à deux niveaux :

1. Les programmes d'introduction des données ou de calcul tiennent compte de l'anisotropie réelle des systèmes hydrogéologiques naturels, et non pas de leur approximation le long de directions repères définies dans l'espace.

2. L'utilisation de la méthode des éléments finis permet d'adapter la description géométrique du maillage aux irrégularités éventuelles des limites du domaine naturel (limites physiques ou hydrodynamiques)

Il va de soi que les options les plus complexes entraîneront des temps de calcul sur ordinateur plus longs d'où une augmentation sensible des coûts de calcul. Ces options devront être utilisées à bon escient, c'est-à-dire lorsque la précision des résultats et donc celle des données introduites les justifie.

(1) *Par exemple, les références bibliographiques suivantes se rapportent à la description de tels programmes :*

- *Bureau Recherches géologiques et minières : M. BONNET (1978) ; J. P. VANCON (1977 et 1979) ;*

- *Ecole Nationale Supérieure des Mines de PARIS (Lab. Informatique géologique). E. LEDOUX (1980) : modèle couplé eaux souterraines/ eaux superficielles ;*

- *Ecole Nationale Supérieure des Mines de SAINT-ETIENNE : Ph. DAVOINE (1979) : modèles hydrodynamiques de nappes utilisant la méthode des différences finies (docum. dactyl. inédit).*

Avant de conclure, voici un autre exemple, choisi dans un milieu faillé. Il montrera les possibilités des programmes de la bibliothèque ELFI dans ce domaine.

MILIEU FAILLE

```
*****
*                                     *
*                               CHAPITRE IV                               *
* RELATION ENTRE LES VENUES D'EAU DANS UNE EXPLOITATION                 *
* MINIERE ET LA PIEZOMETRIE DE LA NAPPE SUSJACENTE                     *
*                                     *
*****
```

Cet exemple, extrait d'un cas réel a été traité pour tester le logiciel présenté antérieurement.

L'objectif poursuivi par son étude est double. Il consiste :

- à définir le comportement hydrogéologique des failles affectant l'ensemble du domaine contenant le gisement exploité en travaux souterrains ainsi que les modifications des perméabilités induites par ces travaux.

- à préciser le niveau de stabilisation de la nappe dans les conditions actuelles d'exploitation et d'exhaure.

L'outil de calcul utilisé est donc le logiciel présenté dans la première partie de ce travail (bibliothèque ELFI : la méthode des éléments finis, par la souplesse de définition des maillages employés, tient mieux compte des conditions réelles du milieu -lithostratigraphie, tectonique, anisotropie- que la méthode des différences finies).

La réalisation d'un premier modèle bidimensionnel sur une coupe type (programme NAPLI2) constitue l'étape initiale de l'étude. Elle a le but suivant :

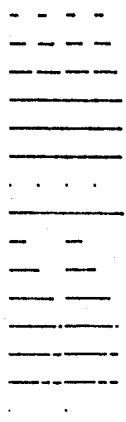
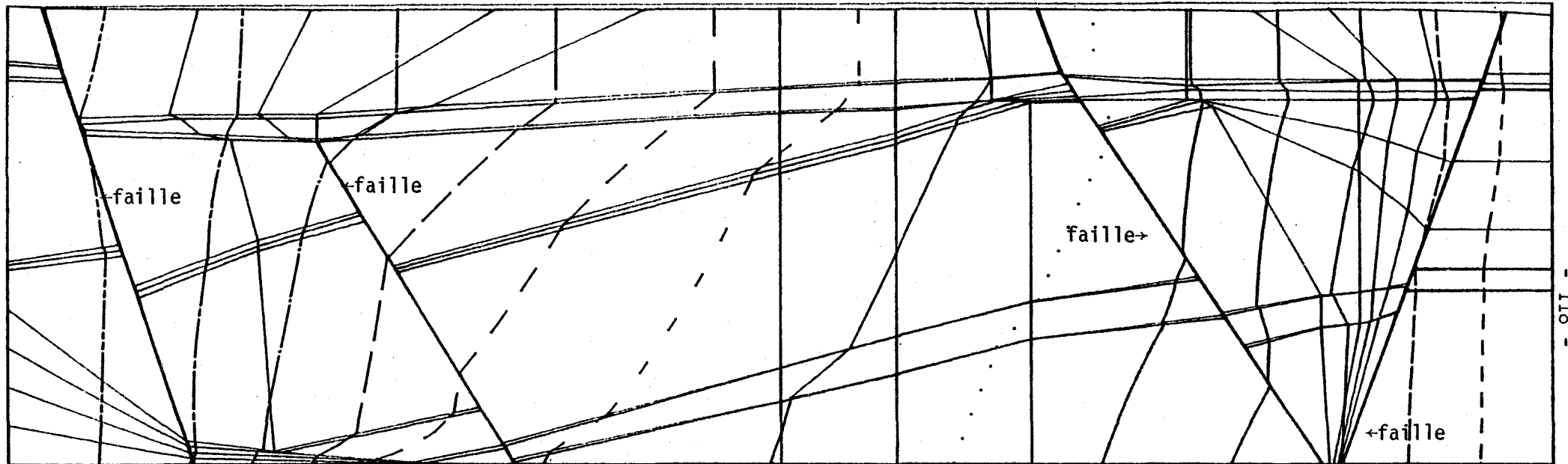
- mise au point du logiciel de représentation graphique et d'introduction des données ;

- essai de calage sur une situation réelle (niveaux hydrostatiques, débits d'exhaure, etc...).

Dans une seconde étape, ce modèle pourra être élargi à trois dimensions (programme NAPLI3) afin de répondre avec précision à l'objectif fixé.

La figure 21 représente les résultats graphiques obtenus à l'aide du modèle bidimensionnel en coupe (dans un tel maillage, les failles dont le rôle hydrogéologique est fondamental peuvent être affectées de perméabilités spécifiques).

MILIEU FAILLE



150.
152.
154.
156.
158.
160.
162.
165.
167.
169.
171.
173.
175.
177.
180.

Courbes isopièzes

Figure 21 - Modèle en coupe d'une exploitation minière soumise
à des venues d'eau. (Dessin sur table traçante du maillage utilisé
et de la piézométrie calculée par le modèle

* CONCLUSIONS GENERALES *

Lorsque l'on s'intéresse à un problème de modélisation hydrodynamique utilisant l'informatique, il n'est pas possible de disposer de programmes suffisamment généraux permettant d'aborder n'importe quel cas de configuration hydrogéologique. Il n'est pas, non plus, possible de confectionner autant de programmes que de cas rencontrés. La solution retenue par les diverses bibliothèques existantes est celle d'un compromis entre plusieurs critères. Notre bibliothèque ELFI, elle aussi, n'échappe pas à cette règle. Voici donc résumés les principaux critères de qualité la valorisant.

- La facilité d'emploi. Elle se situe aussi bien au niveau de l'introduction et de la vérification des données qu'à celui de la lecture des résultats. L'utilisation conjointe dans la bibliothèque ELFI d'un langage interactif sur écran et d'un outil de représentation graphique accroît sensiblement l'efficacité de l'utilisateur "en améliorant son environnement pour le décharger de toute une partie des tâches techniques qui l'éloignent de sa sphère d'intérêt" (J. L. RASCLE, 1980). A ce propos, au niveau de l'introduction des caractéristiques (géométriques, hydrodynamiques) des maillages, il serait encore possible de gagner du temps, pour l'utilisateur, grâce à une table à digitaliser (disponible à l'Ecole des Mines de SAINT-ETIENNE). Un simple programme de lecture et de conversion des informations transmises par la table permettrait de rentrer les données à partir d'un seul document graphique représentant le domaine d'étude.

La facilité d'emploi correspond également à la célérité de la modification des données, et même, éventuellement, à la possibilité de changer de type de modèle en fonction de la complexité du problème, ou de la quantité et de la qualité des données disponibles.

Par ailleurs, rappelons que les programmes présentés dans ce mémoire sont compatibles avec ceux de cartographie automatique de la bibliothèque CARTOLAB (J. L. MALLET, 1976).

- La précision. Elle représente l'écart entre la solution théorique de l'équation de diffusion, définie pour un milieu continu, et celle calculée par le modèle suite à la discrétisation de l'espace. La méthode des éléments finis permet d'approcher la solution exacte du potentiel hydrodynamique par une fonction continue définie sur un domaine représenté par un maillage irrégulier, facilement adaptable à la géométrie réelle du milieu. Celle-ci peut être considérée soit à petite échelle, soit à grande échelle si la précision demandée des résultats le nécessite.

- Le coût économique du modèle. Il dépend essentiellement des ressources informatiques utilisées (temps calcul, place mémoire, entrées-sorties). Le coût d'un passage ordinateur croît naturellement en fonction du nombre de mailles (et du nombre de pas de temps) nécessaire pour représenter le cas traité. A titre indicatif, le temps de calcul nécessaire à chaque passage du modèle de la nappe alluviale de BONSON sur ordinateur CII-H. B. MINI 6 Mod 600 du Centre de Calcul de l'Ecole des Mines de SAINT-ETIENNE oscille autour de deux minutes pour 429 noeuds.

Grâce à l'utilisation de la méthode des éléments finis, le domaine d'étude peut être décrit avec un minimum de mailles de dimension et de forme variables. Ainsi, à coût équivalent, un modèle construit sur un maillage irrégulier optimum sera plus précis que celui tracé sur le même domaine, réunissant le même nombre de mailles rectangulaires (imposées, en particulier, par l'utilisation de la méthode des différences finies).

On pourra encore améliorer ce critère du "coût économique" en substituant, au sein des programmes de calcul, la méthode itérative actuelle de résolution des systèmes d'équations linéaires (GAUSS-SEIDEL avec surrelaxation) par celle du gradient conjugué préconditionné. La conception modulaire de ces programmes rend cette modification très aisée.

Comme on le voit, des améliorations peuvent être apportées à la bibliothèque ELFI : nouveaux programmes ou nouveaux algorithmes. L'outil de calcul présenté n'est donc pas un produit fini rigide : nous souhaitons le rendre le plus efficace possible grâce aux remarques de ses utilisateurs.

Ceux-ci disposent néanmoins dès à présent d'une bibliothèque de programmes opérationnelle utilisant la méthode des éléments finis, et permettant de résoudre la plupart des problèmes (bidimensionnels ou tridimensionnels) des nappes d'eau souterraines.

Les modèles que l'on peut construire à partir de la bibliothèque ELFI peuvent être utilisés soit pour la représentation de systèmes hydrogéologiques réels (comme par exemple les deux cas présentés dans ce mémoire), soit pour la constitution d'abaques applicables à des configurations hydrogéologiques classiques rencontrées par l'hydrogéologue (digues, drainage, biseau salé, ...) mais où la prise en compte des écoulements tridimensionnels apparaît de plus en plus fondamentale.

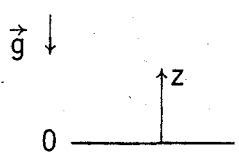
 ** ANNEXE 1 **
 ** POTENTIEL OU CHARGE HYDRAULIQUE ET SES COMPOSANTES **

(Citation partielle de l'annexe 1 de la Thèse de Doctorat d'Etat de M. BONNET (1978) : Méthodologie des modèles de simulation en hydrogéologie).

Le potentiel d'un fluide en un point est l'énergie qu'il faut développer pour porter l'unité de masse de ce fluide depuis un état de référence (arbitraire) à l'état qu'il présente en ce point.

L'expression du potentiel dépend donc du choix de l'état de référence et des conditions dans lesquelles est supposée se faire la transformation.

Pour ce qui concerne les fluides, et l'eau en particulier, dans le milieu géologique superficiel, on pose implicitement les choix et hypothèses suivants :

- | | | |
|---------------------------------------|---|---|
| 1°) Définition de l'état de référence | 1) origine des cotes arbitraire avec axe des z de bas en haut (sens contraire du gradient de pesanteur) |  |
| | 2) origine des pressions : la pression atmosphérique (<u>supposée constante</u>) | $p_0 = p_{at} = 0$ |
| | 3) masse spécifique de référence = masse spécifique à la pression 0 | $\rho_0 = \rho \text{ à } p = p_{at}$ |
| | 4) Vitesse du fluide nulle | $V_0 = 0$ |

2°) Conditions isothermes

3°) Eau peu salée et variations de salinité négligeables.

Dans ces conditions et pour un fluide compressible en écoulement assez rapide, on aura :

$$\phi_m = \int_{p_0}^p \frac{dp}{\rho} + gz + \frac{v^2}{2}$$

énergie	énergie	énergie
de pression	de position	cinétique
<hr style="width: 100%; border: 0.5px solid black;"/>		
"énergie potentielle"		

Mais, pour les écoulements à faible vitesse (dits rampants), comme les écoulements en milieu poreux d'un fluide incompressible (ou de compressibilité très faible induisant des variations de masse spécifique négligeable dans le champ de variation des pressions dans le système) cette expression générale du potentiel se simplifie en :

$$\phi_m = \frac{p}{\rho} + gz \quad (\text{énergie par unité de masse})$$

ou, en ramenant l'énergie respectivement à l'unité de volume et à l'unité de poids :

$$\phi_v = p + \rho gz \quad (\text{énergie par unité de volume})$$

$$\phi = \frac{p}{\rho g} + z \quad (\text{énergie par unité de poids})$$

En définitive, la figure A1 résume les relations entre pressions potentiels les plus usuels exprimés en énergie par unité de poids.

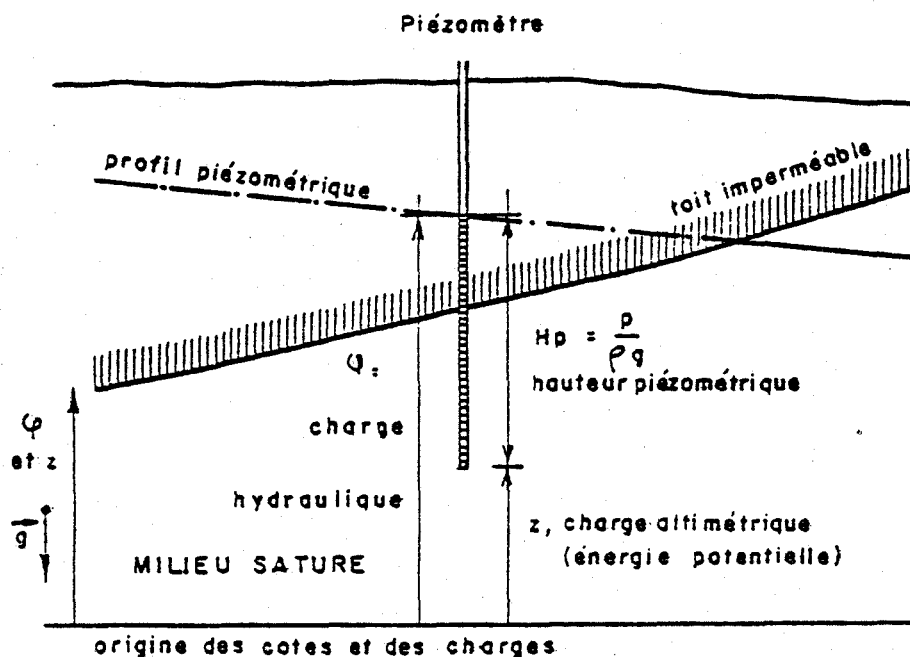


Figure A1 - Définition des références, notations et terminologies usuelles pour les potentiels en aquifère
(d'après M. BONNET, 1978)

 **
 ** ANNEXE 2
 **
 ** APPLICATION DE LA METHODE DES ELEMENTS FINIS
 **
 ** A UN DOMAINE BIDIMENSIONNEL OU TRIDIMENSIONNEL
 **

I - DOMAINE BIDIMENSIONNEL

L'une des méthodes possibles pour résoudre l'équation différentielle à l'inconnue ϕ :

$$\text{div}(\overline{\mathbf{K}} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \phi) = - A \frac{\partial \phi}{\partial t} + Q \quad \text{équation (1)}$$

pour un domaine bidimensionnel consiste à définir dans ce domaine un certain nombre de sous-domaines (éléments finis), de taille réduite, à l'intérieur desquels les valeurs des paramètres hydrodynamiques ($\overline{\mathbf{K}}$ = tenseur des conductivités, A = coefficient d'emménagement) et du terme de débit Q seront considérées constantes et connues.

De plus, la vitesse hydrodynamique (représentée par le vecteur $\overline{\mathbf{K}} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \phi$) sera supposée uniforme sur chaque élément fini (figure A2.).

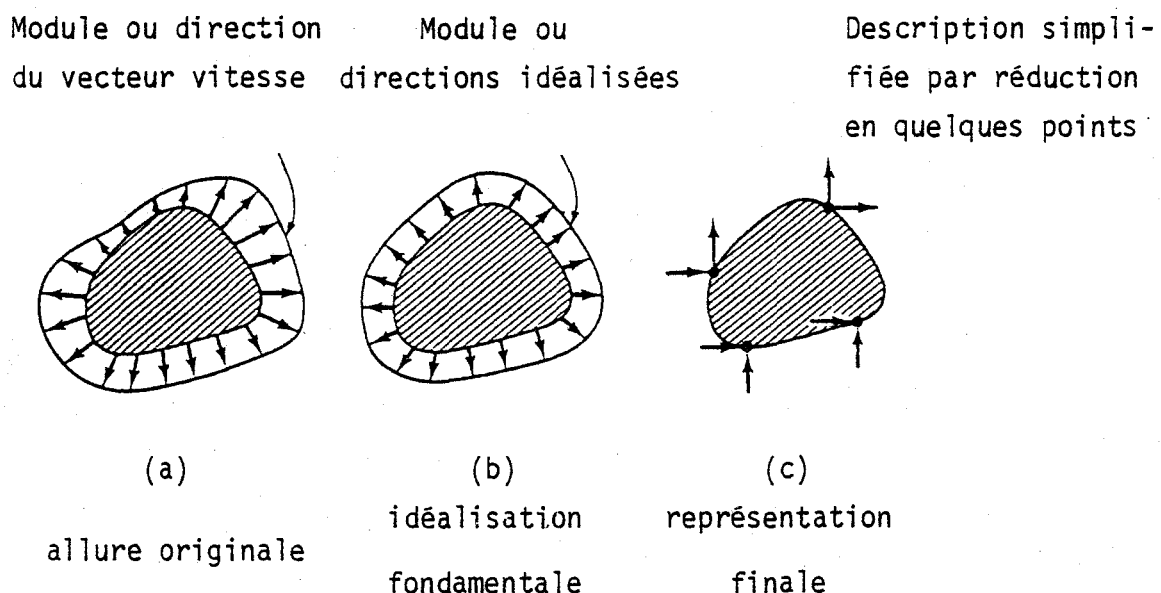


Figure A2 - Idéatisation par un élément fini.
 (d'après R. H. GALLAGHER, 1976, p. 27)

Ainsi, pour un élément fini triangulaire, la variation de la charge ϕ sera linéaire à l'intérieur de chaque surface. Les valeurs ϕ_I, ϕ_J, ϕ_K des charges aux sommets du triangle IJK suffiront à définir cette fonction ϕ .

L'équation (1) se réduit alors à un système linéaire du type :

$$[C]_{I,J,K} [\phi]_{I,J,K} = [Q']_{I,J,K} \quad \text{équation "charges-débits"}$$

où $[C]_{I,J,K}$ représente la matrice des "conductivités élémentaires" se rapportant à l'élément I, J, K, $[Q']$: le vecteur débits $[Q'_I, Q'_J, Q'_K]$ (somme de tous les termes analogues à des débits dans l'équation (1)), $[\phi]_{I,J,K}$ = le vecteur $[\phi_I, \phi_J, \phi_K]$.

Lorsque les coefficients de conductivité et de débit des équations "charges-débits" sont numériquement connus, la méthode de "conductivité directe" (analogue à la méthode de "rigidité directe" dans le cas des éléments finis appliqués à la mécanique des structures) consiste à combiner algébriquement ces coefficients conformément aux conditions d'équilibre et de compatibilité aux noeuds, on obtient alors un système global d'équations "charges-débits", rapporté aux noeuds de tous les éléments ainsi assemblés.

Nous sommes donc ramenés à la résolution d'un système linéaire du type :

$$[C] [\phi] = [Q']$$

où $[C]$ représente la matrice des conductivités globales du système, de dimension $N \times N$ (N étant le nombre de noeuds du maillage), Q' le vecteur débits $[Q'_1, Q'_2, \dots, Q'_N]$, $[\phi]$ = le vecteur charge $[\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N]$.

La réduction de la taille du système (condensation) est possible par l'élimination d'un certain nombre d'inconnues (conditions de potentiel fixé). Les équations condensées sont à exprimer en fonction des degrés de liberté $[\phi_A]$ à conserver d'une part, et des degrés

de liberté $[\phi_D]$ à éliminer d'autre part. Le vecteur $[\phi]$ primitif s'écrit donc $[\phi] = [[\phi_A], [\phi_D]]$.

Les équations originales s'écrivent :

$$\begin{bmatrix} C_{AA} & C_{AD} \\ C_{DA} & C_{DD} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_A \\ \phi_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_A' \\ Q_D' \end{bmatrix}$$

et sont à condenser sous la forme :

$$[C_{AA}] [\phi_A] = [\hat{Q}_A]$$

où
$$[\hat{Q}_A] = [Q_A'] - [C_{AD}] [\phi_D]$$

Toutefois, le système dont la taille est réduite par rapport à la taille initiale ne peut être résolu par une méthode directe d'inversion de matrice (les erreurs de troncature s'ajoutent en cours de calcul). Une méthode itérative, du type GAUSS-SEIDEL, convient parfaitement. (Les méthodes itératives sont auto-correctrices).

La solution $[\phi]$ du système est alors la limite d'une suite convergente de vecteurs $[\phi]_0, [\phi]_1 \dots [\phi]_N$.

La solution sera suffisamment précise lorsque entre deux itérations successives la variation relative de chaque composante du vecteur $[\phi]$ restera inférieure à une borne supérieure EPS fixée par l'utilisateur. Si la convergence de la méthode itérative est trop lente, il est possible d'arrêter le calcul au bout d'un nombre maximum d'itérations : dans ce cas la solution obtenue ne satisfera pas la précision demandée.

L'introduction d'un coefficient de surrelaxation permet de moduler de façon optimum les corrections apportées entre deux termes de la suite des vecteurs $[\phi]$ (amélioration du conditionnement de la matrice d'itérations).

II - DOMAINE TRIDIMENSIONNEL

La méthode utilisée pour résoudre l'équation différentielle précédente dans un domaine tridimensionnel est identique à celle employée pour un domaine bidimensionnel. Seuls les éléments finis sont de nature différente puisqu'ils représentent le découpage du domaine d'étude en volumes élémentaires. Dans notre cas, il s'agit de tétraèdres.

La plus grande complexité du problème tridimensionnel résulte de l'augmentation du nombre de variables et de noeuds nécessaires pour décrire le domaine. Le système linéaire obtenu en sera d'autant plus long à construire et à résoudre.

La méthode itérative de résolution du système utilisée dans le cas bidimensionnel (Méthode de GAUSS-SEIDEL avec surrelaxation peut s'avérer longue, et donc coûteuse en temps calcul, pour des maillages comportant un grand nombre de noeuds (de l'ordre de 700 et au-delà). En particulier, lorsque la solution initiale (premier terme de la suite convergente) est éloignée de la solution finale (ce cas est plus fréquent pour un calcul en régime permanent que pour un problème en régime transitoire), il y aura intérêt à disposer dans cette configuration d'un algorithme de recherche de la solution très performant.

La méthode du gradient conjugué, parmi les méthodes d'optimisation d'une fonction réelle à N variables, permet d'obtenir le minimum (ou le maximum) de cette fonction au bout de M itérations avec $M \leq N$ (si l'on fait abstraction des erreurs de troncatures en cours de calcul). Or la méthode de GAUSS-SEIDEL avec un coefficient de surrelaxation optimum nécessite au moins autant d'itérations pour résoudre le système linéaire (de plus ce nombre est très dépendant des valeurs des coefficients de la matrice $[C]$). Or il est possible de ramener le problème de la résolution du système linéaire d'ordre $N = [C] [\phi] = [Q]$, à celui de l'optimisation d'une fonction réelle de N variables.

On démontre que la solution du système linéaire précédent est le vecteur qui minimise la fonction construite de la façon suivante :

$$H([\phi]) = [\phi] \cdot [C] [\phi] - [Q] \cdot [\phi]$$

(où l'opérateur "." représente le produit scalaire des vecteurs dans \mathbb{R}^N).

On pourra donc retenir que la méthode du gradient conjugué (éventuellement préconditionné) (1) permet de résoudre le système linéaire obtenue au moins aussi rapidement que la méthode de GAUSS-SEIDEL avec un coefficient de surrelaxation optimum.

Les arguments de contrôle des itérations (paramètres EPS et NITER) jouent un rôle identique vis-à-vis des deux méthodes.

(1) Les références suivantes se rapportent à la description des méthodes de résolution des systèmes d'équations linéaires, en particulier celle du gradient conjugué.

AXELSSON O. (1976) ; RALSTON A et WILF H. S. (1965)

```
*****
**                                     **
**               ANNEXE 3             **
**                                     **
**   REMARQUE SUR LE STOCKAGE DES MATRICES   **
**   DES SYSTEMES LINEAIRES OBTENUS A PARTIR DE **
**   MAILLAGES A DEUX OU TROIS DIMENSIONS   **
**                                     **
*****
```

(programmes PBDIR2, PBDIR3 et PBDAR3)

La matrice $[C]$ des systèmes linéaires obtenus contiennent les éléments c_{ij} qui traduisent les influences réciproques en termes de débits par unité de charge entre deux noeuds i et j appartenant à un même élément fini (les termes c_{ij} sont nuls s'il n'y a pas de relation directe entre des noeuds i et j).

Ce terme c_{ij} est rangé dans la matrice $[C]$ sur une diagonale parallèle à la diagonale principale à une "distance" d_{ij} de celle-ci, or la matrice $[C]$ est symétrique (et définie positive) donc c_{ij} est égal à c_{ji} .

La recherche des éléments finis ayant un noeud i en commun fait apparaître sept diagonales différentes pour un maillage bidimensionnel, dix-neuf pour un maillage tridimensionnel.

La symétrie de la matrice permet de conserver la sous-matrice inférieure nécessitant quatre diagonales de valeurs non toutes nulles dans le cas bidimensionnel (programme PBDIR2), dix dans le cas tridimensionnel (programme PBDIR3 (figure A3)).

Dans le cas d'un domaine plan, si l'on envisage les deux possibilités pour discrétiser une maille à quatre sommets en deux triangles on fait apparaître une nouvelle valeur d_{ij} lors de la deuxième discrétisation par rapport à l'ensemble des distances obtenues lors de la première, c'est-à-dire une diagonale supplémentaire.

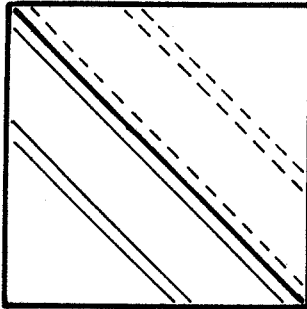
Cette technique n'est donc pas intéressante du point de vue stockage mémoire de la matrice obtenue pour un maillage bidimensionnel. Elle complique l'algorithme de stockage des éléments de la matrice en allongeant le temps de calcul nécessaire à son parcours. Le programme PBDIR2 est, par ailleurs, suffisamment performant pour que l'amélioration du conditionnement du système linéaire résultant de cette transformation soit peu rentable.

Au contraire, dans le cas d'un domaine tridimensionnel, les deux discrétisations d'une maille à huit sommets en cinq éléments tétraédriques (fig. 7) sont équivalentes du point de vue des distances d_{ij} . Ainsi, l'algorithme de stockage des éléments de la matrice n'est pas modifié par une deuxième discrétisation.

Certes, le temps de calcul des éléments c_{ij} est doublé par rapport à une simple discrétisation, mais l'amélioration du conditionnement de la matrice permet d'augmenter sensiblement la vitesse de convergence de la méthode de résolution du système linéaire.

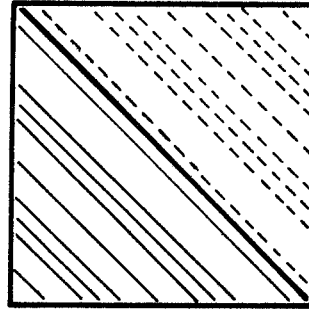
Cette option a été adoptée dans le programme PBDAR3, tandis que les programmes PBDIR3 et PBDIR2 n'effectuent qu'une simple discrétisation.

Maillage bidimensionnel
(programme PBDIR2)



Diagonale principale
et trois diagonales in-
férieures de valeurs
non toutes nulles con-
servées en mémoire

Maillage tridimensionnel
(programmes PBDIR3 et PBDAR3)



Diagonale principale
et neuf diagonales in-
férieures de valeurs
non toutes nulles conser-
vées en mémoire

Figure A3 - Structure des matrices de systèmes linéaires obtenus
(maillages bi ou tri-dimensionnels)

```
*****
*                                     *
*               ANNEXE 4             *
*                                     *
*   AFFECTATION DE LA VALEUR DES PARAMETRES HYDRODYNAMIQUES   *
*   A L'INTERIEUR DES ÉLÉMENTS FINIS BI OU TRI-DIMENSIONNELS  *
*                                     *
*****
```

L'application de la méthode des éléments finis suppose que l'on peut affecter à chaque surface ou volume élémentaire du domaine, une valeur à chacun des paramètres hydrodynamiques (transmissivités ou perméabilités et coefficients d'emmagasinement, le cas échéant).

Dans le programme PBDIR2 et PBDIR3 (ou PBDAR3), l'affectation pour chaque élément fini de la valeur d'un tel paramètre est simple. Il s'agit de la moyenne des valeurs de ce paramètre aux sommets de l'élément.

Ainsi, si l'on désire affecter une valeur déterminée à un des paramètres précédents, pour une couche de terrain dans un modèle en coupe par exemple, on pourra séparer deux couches adjacentes l'une de l'autre par une couche de faible épaisseur à l'intérieur de laquelle la valeur calculée du paramètre sera une moyenne des valeurs aux noeuds limitant cette dernière couche (fig. 20 et 21).

*
* REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES *
*

- AXELSSON O. (1976) - Solution of linear systems of equation by iterative methods, in Sparse Matrix technics. Copenhagen Congress. Springer éd., Berlin, Heidelberg, New York. p.1-51.
- BONNET M. (1978) - Méthodologie des modèles de simulation en hydrogéologie. Thèse Doctorat Etat Instit. Nat. Polytech. Lorraine Nancy, Doc. Bur. Rech. géol. min. 78 SGN 655 HYD. 270 p., 50 fig., 30 tabl., 2 cartes, 3 annexes.
- DAVOINE Ph. (1979) - L'évolution des méthodes hydrogéologiques vue au travaux d'un thème particulier : les relations nappes phréatiques-gravières in Aqua Complexe : l'Administration, la Pollution, l'Assainissement, la Distribution des Eaux en France. Plaquette Assoc. Elèves Ecole Nat. Sup. Mines Saint-Etienne. p 17-21, 2 fig.
- DUCLOS P. (1967) - Géologie et minéralisations uranifères de la plaine du Forez (Massif Central Français). Thèses Doctorat Etat Univ. Clermont-Ferrand, Rapport Commissariat Energie Atom. n° 3117. 104 p., 15 fig., 4 cartes.
- GALLAGHER R. H. (1976) - Introduction aux éléments finis. Pluralis éd. Paris. 433 p.
- LEDOUX E. (1980) - Modélisation conjointe des écoulements de surface et des écoulements souterrains sur un bassin hydrologique. Thèse Doct. Ing. Ecole Nat. Sup. Mines Paris - Univ. Paris VI (19.12.80).

- LHOPITEAU G. (1971) - C.-R. de l'utilisation de deux programmes de calcul automatique PLOT et PBDIR2. Elaboration d'un programme de calcul automatique pour la recherche de la surface libre d'un écoulement. Rapport stage fin d'études, Ecole Nat. Sup. Géol. appl. Prosp. Min. Nancy, dactyl. inédit, 58 p.
- MALLET J. L., de BEAUCOURT F. et SAVARY R. (1976) - Programmes de cartographie automatique : Présentation de la bibliothèque CARTOLAB. Annales Ec. Nat. Sup. Géol. appl. Prosp. min. Nancy: Sciences de la Terre. sér. Informat. géol. n° 7. 184 p., 27 pl.
- MALLET J. L. (1971). Etude numérique de l'équation de la diffusion. Problème direct. Problème indirect. Thèse docteur-ingénieur Inst. Nat. Polytech. Lorraine. Nancy.
- De MARSILLY G. (1978) - De l'identification des systèmes hydrogéologiques. Thèse Doct. Etat. Univ. Paris VI. 2 t : 215 p. + Annexes.
- PARINETY A. (1965) - Etude hydrogéologique et géophysique de la vallée de la Loire entre Saint-Rambert et Saint-Cyprien (Loire). Rapport chantier n° 320, Comp. Prosp. géoph. fr., Paris. dactyl., inéd., étude demandée par Dir. départ. Equip. Loire, 55 p., 31 pl.
- RALSTON A. et WILF H. S. (traduction BERARD P. 1965) - Méthodes mathématiques pour calculateurs arithmétiques. Dunod éd. Paris. 482 p.
- RASCLE J. L. (1980) - CAO : une aide graphique à la modélisation des systèmes dynamiques. Thèse Ing. Doct. univ. Lyon I. 140 p.
- RASCLE J. L. (1981) - Présentation de programmes de cartographie automatique (fonctions définies aux noeuds d'un maillage bidimensionnel). Ec. nat. sup. Mines Saint-Etienne. Doc. manuscrit inédit.
- VANCON J. P. (1977) - "VAL" : Modèle mathématique de simulation des aquifères adapté aux petits ordinateurs. Bur. Rech. géol. min. Strasbourg (serv. géol. Alsace-Lorraine). 38 p., 5 fig.

VANCON J. P. (1979) - Modèle hydrodynamique "VAL". Mode d'emploi (actualisation). Bur. Rech. géol. min. Strasbourg (serv. géol. Alsace-Lorraine). 45 p.

ZIENKIEWICZ O. C. (1971) - The finite element method in engineering science. Mc Graw-Hill éd. New-York. 521 p.

